

Сравнение программных комплексов для численного моделирования учебных задач акустики

05, май 2017

Лукашин П. С.¹, Сбоева М. Я.¹, Щеглов Г. А.^{1,*}

УДК: 534.2

¹Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

*shcheglov_ga@bmstu.ru

Введение

Задачи математического моделирования акустических полей играют важную роль при анализе нагружения космических аппаратов при старте и поиске средств снижения негативного влияния данных воздействий [1-2]. Для решения таких задач в настоящее время могут использоваться различные программные комплексы, как коммерческие, например, MSC Actran [3], Sys Noise [4] так и пакеты с открытым исходным кодом, например, CodeAster [5] Elmer [6] или BEM++ [7]. Выбор программного комплекса необходимо делать на основе валидационных расчетов и сравнении результатов с известными аналитическими решениями [8]. При использовании указанных программ для учебных целей в курсовом и дипломном проектировании требуется решать простые задачи акустики, что требует проверки точности результатов моделирования при использовании сеток небольшой размерности.

Целью работы являлось сравнение программных комплексов для решения учебных задач акустики численными методами на примере простых тестовых задач.

1. Математическая постановка задач акустики

Колебательные процессы в сплошных средах, в частности, процессы распространения акустических волн определяются волновым уравнением, которое имеет следующий вид:

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где ∇^2 – оператор Лапласа, $u = f(x, t)$ – неизвестная функция акустического давления, x – пространственная переменная, t – время, c – скорость звука в среде.

Решение акустических задач сводится к решению уравнения Гельмгольца, получаемого подстановкой в (1) функции давлений как произведения функций координат и времени: $u(x, t) = U(x) \cdot e^{-i\omega t}$. Таким образом, однородное уравнение Гельмгольца имеет вид:

$$(\nabla^2 + k^2) \cdot U = 0, \quad (2)$$

где $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}$ – волновое число, ω – круговая частота колебаний (рад/с), f – частота колебаний (Гц), $U = f(x)$ – комплексная амплитуда давлений.

Граничные условия для решения описанной задачи в общем виде записываются следующим образом:

$$\alpha U + \beta \frac{\partial U}{\partial n} = \gamma, \quad (3)$$

В данной статье рассматриваются следующие частные случаи:

- $\alpha = 1, \beta = 0, \gamma = 0$. Данные условия соответствуют нулевому значению функции давлений на границе области.
- $\alpha = 0, \beta = 1, \gamma = 0$. Данные условия соответствуют нулевому значению нормальной производной функции давлений на границе области, или нулевому значению нормальной скорости V_n .

$$\frac{\partial U}{\partial n} = -i\omega\rho V_n = 0, \quad (4)$$

В выражении (4), определяющем связь между градиентом поля давлений и нормальной скоростью, ρ – плотность среды, i – мнимая единица.

Область решения уравнения (2) может быть, как замкнутой, так и открытой, что соответствует внутренним и внешним задачам акустики. Для внешних задач, помимо описанных граничных условий необходим учет условий затухания волн на бесконечности. Возможность моделирования задач с открытыми областями в конечно-элементных пакетах обеспечивается применением специальных бесконечных элементов. Например, в пакете MSC Atran с этой целью реализован метод PML (Perfectly Matched Layer). При решении методом граничных элементов удовлетворение условий на бесконечности обеспечивается структурой граничных операторов.

2. Результаты решения тестовых задач

В расчетах использовались сетки с 3D гексаэдральными элементами, максимальный линейный размер которых не менее 12 раз укладывался в длину волны, соответствующей заданному волновому числу k . Областям определения граничных условий, соответствуют 2D четырехузловые элементы. При $k = 1,85$ в задачах излучения и рассеяния использовалась сетка с 5365 ячейками (рис. 1). В качестве среды распространения волн выбран воздух, где скорость звука $c = 340$ м/с и плотность $\rho = 1,225$ кг/м³.

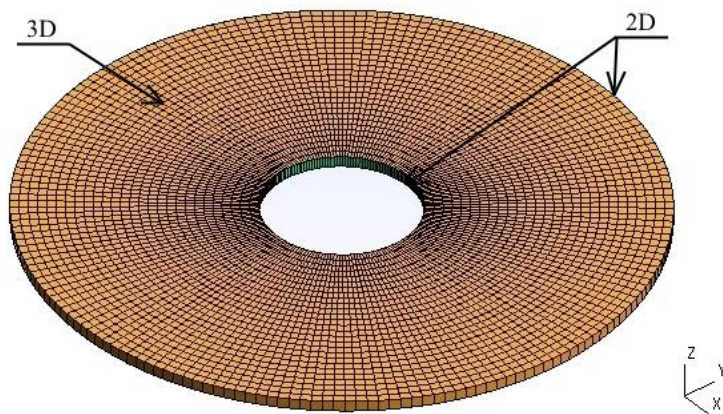


Рис. 1. Конечно-элементная сетка

Численное решение задач рассеяния проводилось для плоской волны с частотой f , амплитудой давлений U_0 и вектором направления $\vec{a}$. Рассеивающий объект в виде цилиндра бесконечной длины единичного радиуса R находится в однородной воздушной среде. В качестве ГУ на цилиндре задаются либо нулевое давление (а), либо нулевая скорость (б). Результаты выводятся в расчетной области, ограниченной окружностью R_1 . Расчетная схема задачи показана на рис. 2.

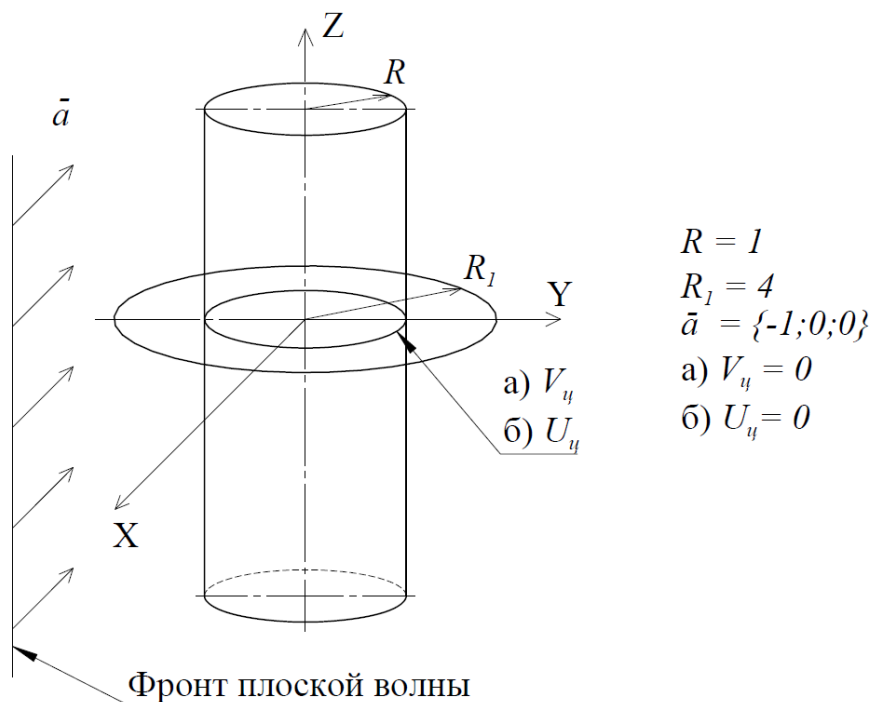


Рис. 2. Расчетная схема задач рассеяния: а – граничное условие нулевой скорости;
б – граничное условие нулевого давления

Задачи рассеяния были решены аналитически, методом КЭ в MSC Actran, а также методом граничных элементов в BEM++. На рис. 3. показаны эпюры давлений для задачи с нулевой скоростью на цилиндре (граничное условие «а» на рис. 2).

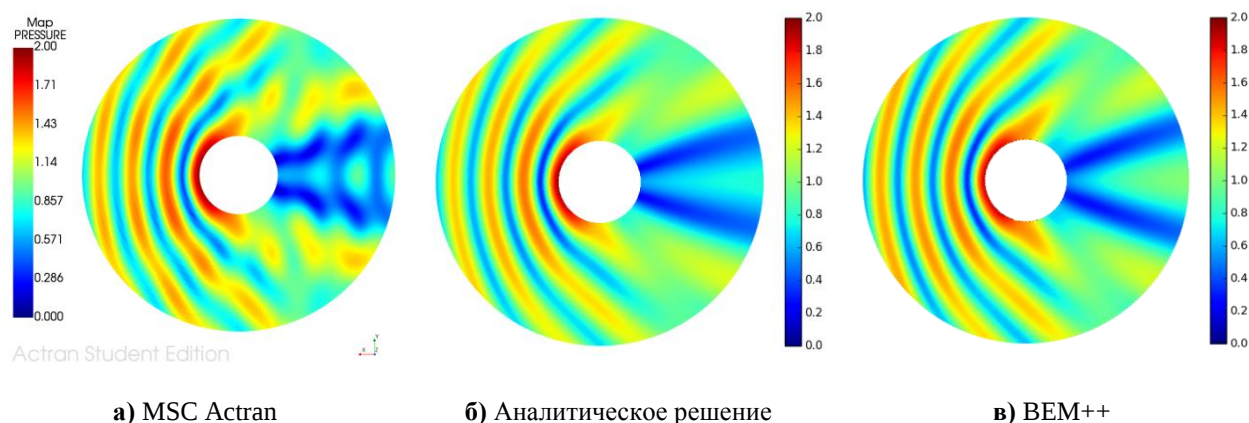


Рис. 3. Результат решения задачи для граничного условия с нулевой скоростью. Эпюры давлений в плоскости OXY в пределах круга радиуса R_1

В аналитическом решении и BEM++ качественно совпадает форма акустической волны, а в MSC Actran она отличается. Там, где в аналитическом решении плавное изменение давления, в MSC Actran наблюдаются пульсации давления.

На рис. 4. даны графики в полярных координатах модуля комплексной амплитуды давления на окружности радиуса R_1 . Как видно из графика максимальная погрешность для MSC Actran наблюдается в теневой области и составляет 10%. А МГЭ в данной постановке дает завышенные значения.

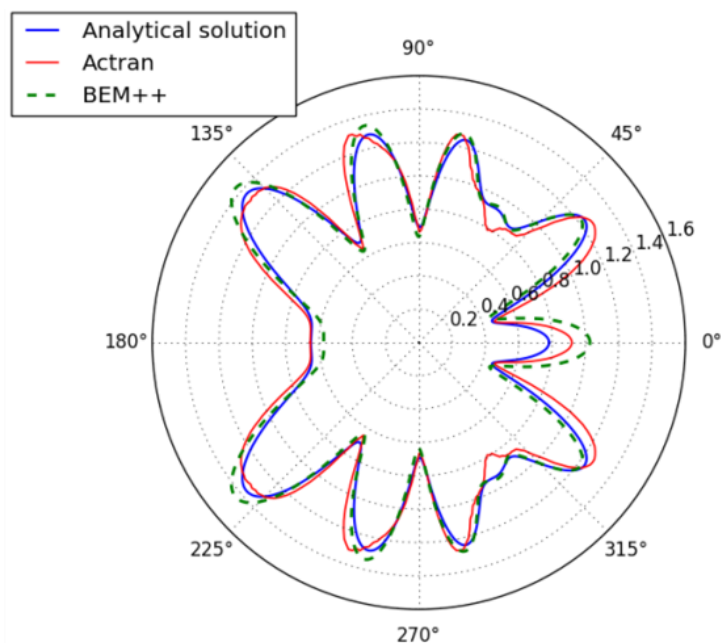


Рис. 4. Результат решения задачи для граничного условия с нулевой скоростью. Полярный график давлений на окружности радиуса R_1

Аналогичные результаты показаны для задачи с нулевым давлением на цилиндре (граничное условие «б» на рис. 2).

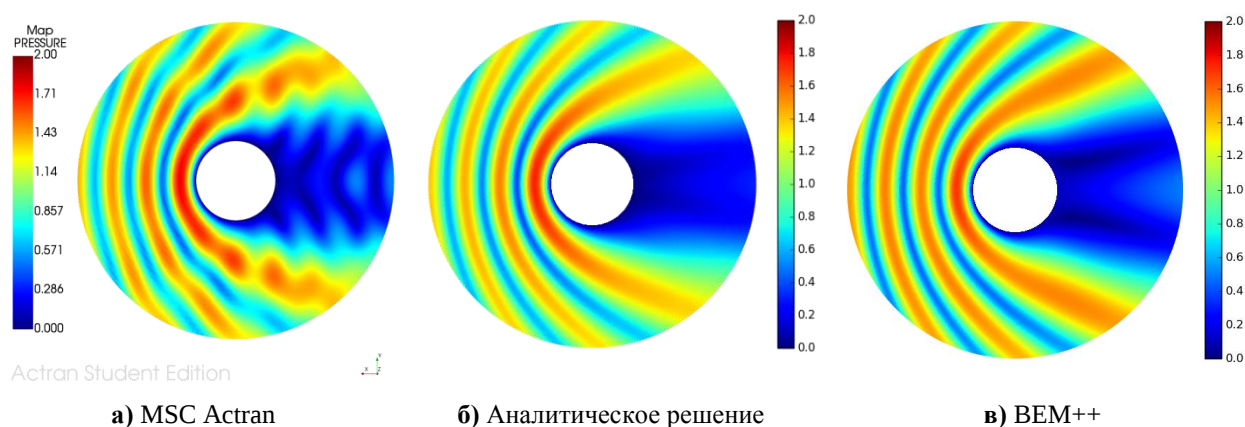


Рис. 5. Результат решения задачи для граничного условия с нулевым давлением. Эпюры давлений в плоскости OXY в пределах круга радиуса R_1

Как следует из полярного графика давлений (рис. 6), в области набегающей волны MSC Actran и аналитическое решение практически идентичны. В теневой области по-

грешность для MSC Actran относительно амплитуды падающей волны составляет 20%. Среднее значение погрешности не превышает 5%.

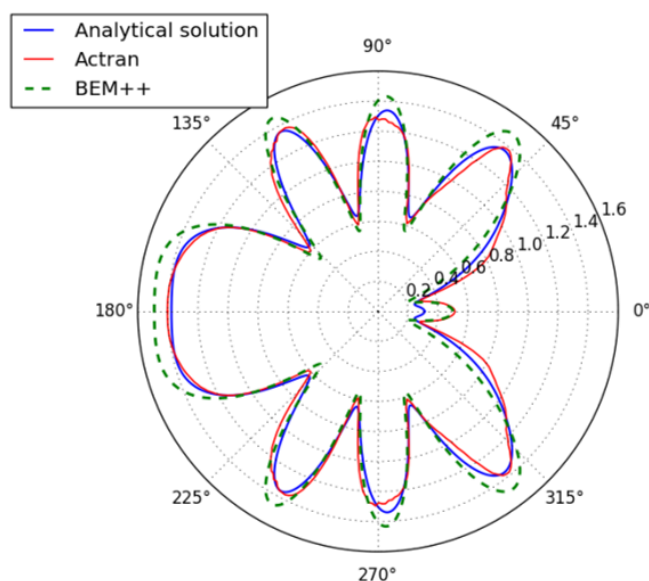


Рис. 6. Результат решения задачи для граничного условия с нулевым давлением. Полярный график давлений на окружности радиуса R_1

Для задачи с нулевым граничным давлением также был построен спектр давлений в точке D для частот от 100 до 400 Гц. Положение расчетной точки и график спектра показаны на рис. 7.

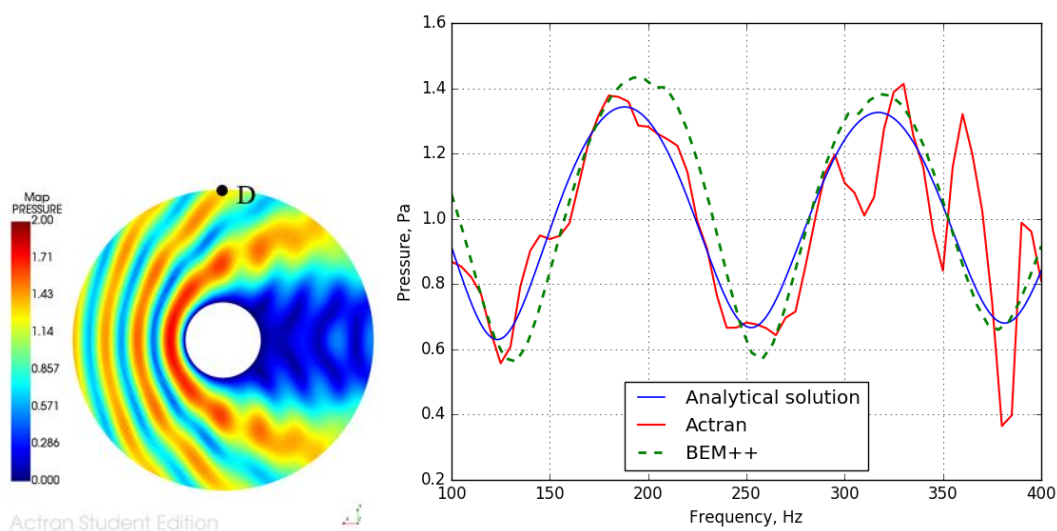


Рис. 7. Спектр давлений в точке D для граничного условия с нулевым давлением

Из графика видно, что решение в MSC Actran вычисляется с существенной погрешностью после 250 Гц, что соответствует 10 элементам на длину волны. Следовательно, для получения достоверных результатов в этой области нужно брать больше элементов с меньшим линейным размером. В то же время МГЭ дает здесь более качественные результаты.

Также была решена задача излучения волн с поверхности цилиндра единичного радиуса бесконечной длины. На цилиндре была задана амплитуда давлений $U_{\text{ц}} = 1$ Па и частота $f = 100$ Гц.

Аналитическое и численное решения практически идентичны, поэтому на рис. 8. представлены только эпюры, полученные в MSC Actran.

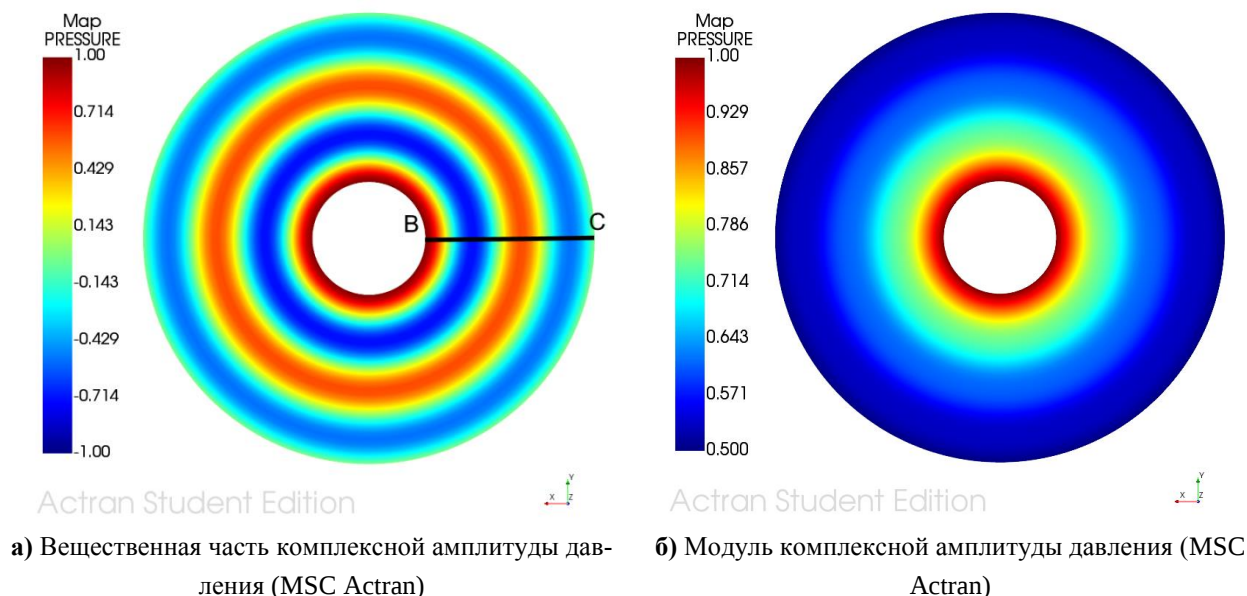


Рис. 8. Эпюры давлений для задачи излучения

Помимо модуля давлений выведена вещественная часть комплексной амплитуды давлений и для лучшего сравнения результатов построен ее график на радиально расположенной линии ВС (рис. 10). Как видно из графика, погрешность очень мала.

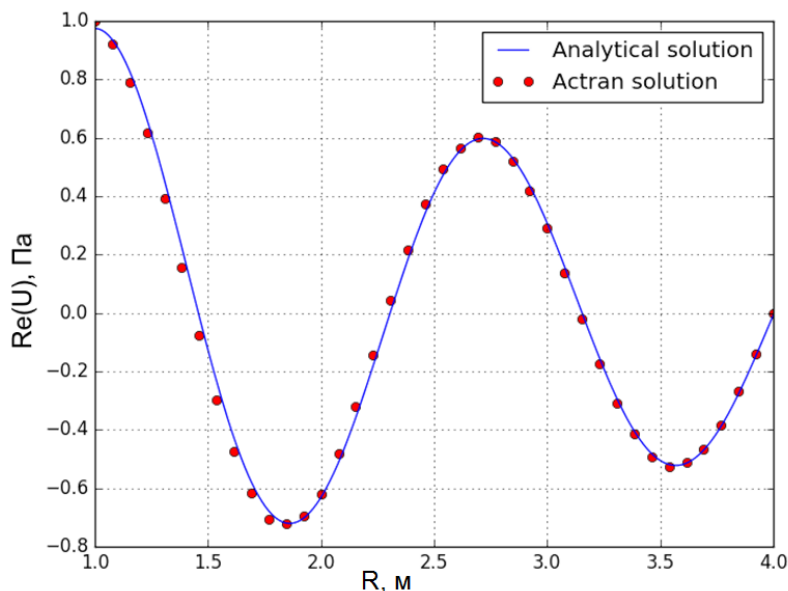


Рис. 11. Вещественная часть комплексной амплитуды давления на линии ВС

Была решена задача со смешанными граничными условиями. Расчетная схема задачи представлена на рис. 12.

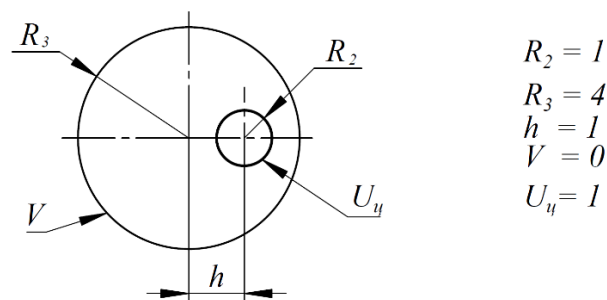


Рис. 12. Расчетная схема задачи со смешанными ГУ

Результаты сравнивались с открытым конечно-элементным решателем Code Aster (рис. 13). При этом погрешность максимального значения модуля комплексной амплитуды давления не превысила 3%.

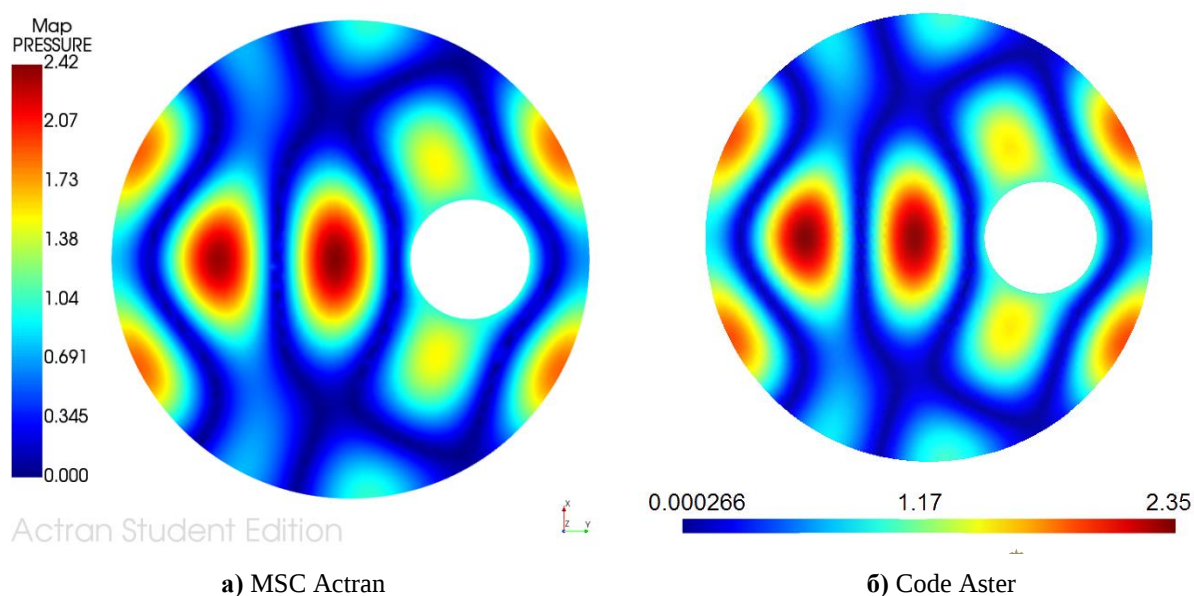


Рис. 13. Эпюры давлений для задачи со смешанными граничными условиями

Заключение

Сравнение результатов аналитического решения тестовых задач с результатами численного моделирования показывает, что для при решении учебных задач акустики в ходе курсового и дипломного проектирования как коммерческие, так и открытые программные комплексы дают примерно одинаковую приемлемую погрешность в рассмотренном диапазоне частот. Это позволяет использовать в учебном процессе пакеты с бесплатной лицензией. При этом метод граничных элементов показывает лучшие результаты на высоких частотах и во внешних задачах акустики. Для смешанных граничных условий лучше использовать метод конечных элементов. Материалы статьи были представлены на III Международной научно-практической конференции "Инженерные технологии MSC Software для высших учебных заведений" MSC-BY3-2017 [9].

Список литературы

- [1]. Носатенко П.Я., Бобров А.В., Баранов М.Л., Шляпников А.Н. Экспериментальное определение акустических нагрузок при пусках РН «Стрела» и расчётное определение режимов экспериментальной отработки выводимых космических аппаратов. // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. Самара: СНИУ им. ак. С.П. Королева. 2010. № 2. 112-123 с.
- [2]. Дядькин А.А. Аэрогазодинамика ракетно-космического комплекса «Морской старт» // Космическая техника и технологии. 2014. № 2 (5). С. 14-31.
- [3]. Actran – программный комплекс для анализа акустики // сайт Actran. Режим доступа: <http://www.mscsoftware.ru/products/actran> (дата обращения 28.04.2017).
- [4]. LMS Virtual. Lab Acoustics for Acoustic Simulation // сайт Siemens. Режим доступа: http://www.plm.automation.siemens.com/ru_ru/products/lms/virtual-lab/acoustics (дата обращения 18.05.2017).
- [5]. Code Aster / сайт. Режим доступа: www.code-aster.org (дата обращения 18.05.2017).
- [6]. Elmer / сайт. Режим доступа: www.csc.fi/web/elmer (дата обращения 18.05.2017).
- [7]. Лепендин Л.Ф. Акустика. М.: Высшая школа. 1978. 448 с.
- [8]. Welcome to BEM++ // сайт: The BEM++ Project. Режим доступа: www.bempp.org (дата обращения 18.05.2017).
- [9]. III Международная научно-практическая конференция "Инженерные технологии MSC Software для высших учебных заведений" MSC-BY3-2017 // MSC Software: сайт. Режим доступа: <http://www.mscsoftware.ru/conf/vuz2017-presentations> (дата обращения 23.05.2017).