

УДК 004.942

Численное моделирование стеноза коронарной артерии

Зарецкий А.П.

Студент,

кафедра «Медико-технические и информационные технологии»

Научный руководитель: д.т.н. Парашин В.Б.,

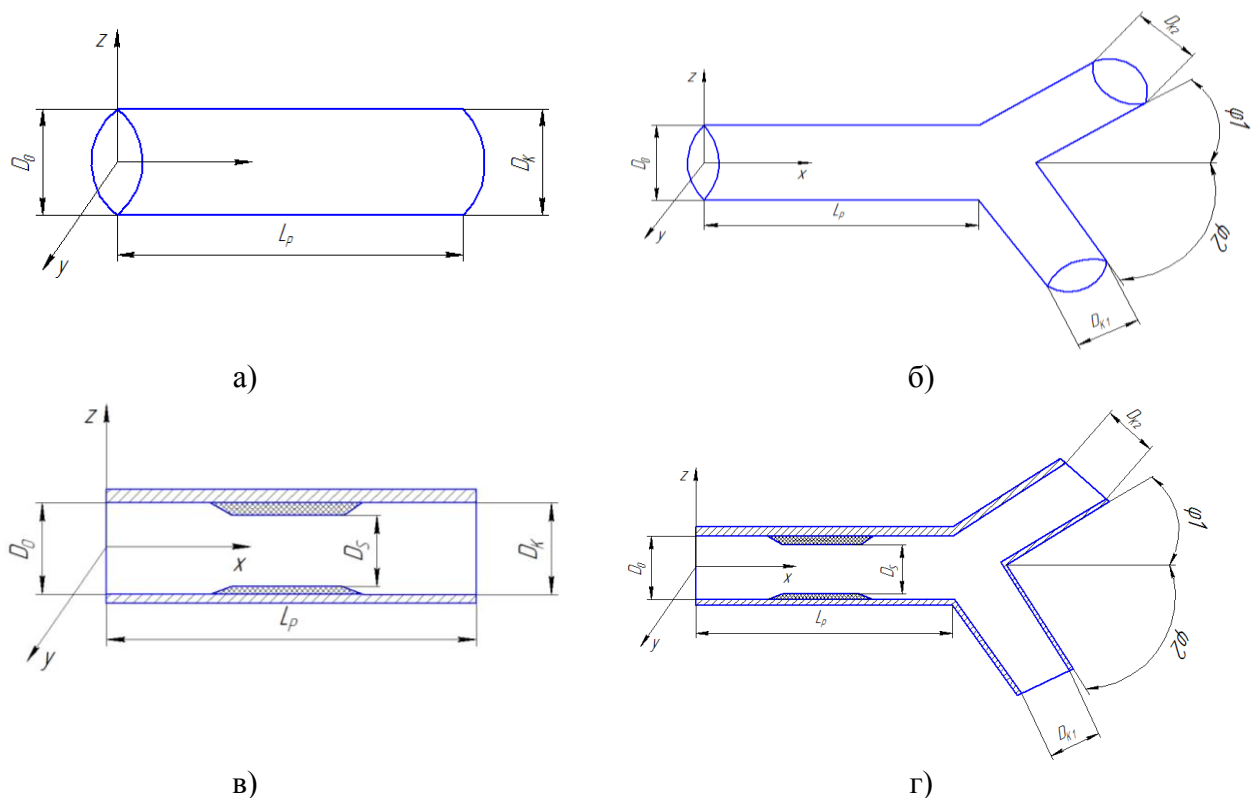
профессор кафедры «Медико-технические и информационные технологии»

МГТУ им. Н.Э. Баумана

A.P.Zaretskiy@gmail.com

В современной кардиологической практике одной из основных проблем является невозможность экспериментального определения состояния коронарного сосуда при различных его поражениях, в том числе и при наиболее распространенном заболевании - стенозе. В связи с этим необходимым является введение количественного критерия реального распределения потока в сосуде от теоретического (Пуазейлевского распределения потока).

При моделировании коронарных сосудов можно выделить следующие типовые конфигурации, представленные на Рисунке 1.



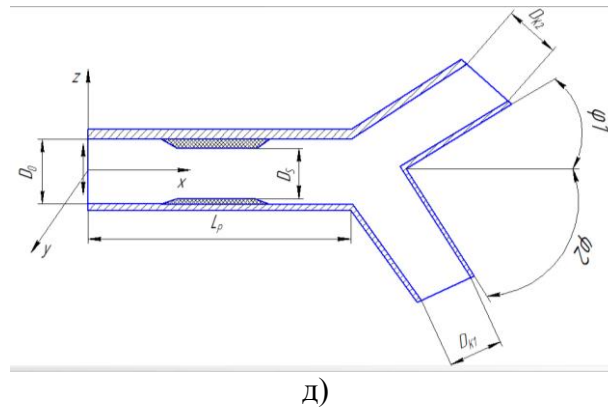


Рис. 1. Модели сосудов: а) простейшая цилиндрическая; б) с бифуркацией; в) с учётом стеноза; г) с учётом бифуркации и стеноза; д) с учётом бифуркации, стеноза и пульсации стенок. D_0 – диаметр сосуда в его начале, L_p – длина участка с Пуазейлевским распределением скоростей, $D_{к1,к2}$ – диаметры на конце участка, D_s – диаметр на участке со стенозом $\phi_{1,2}$ – бифуркационные углы.

Рассмотрим конфигурацию сосуда 1а. Данную конфигурацию сосуда можно промоделировать осесимметричным каналом переменного радиуса с твердыми стенками. [1] Кровь считается ньютоновской жидкостью. Радиус канала — известная функция продольной координаты $r = f(x)$, длина канала — L . Представленный метод позволяет не проводить дополнительные итерации на каждом шаге по времени для определения граничного условия для вихревой скорости на твердой поверхности. [2]

Рассмотрим стабилизированное течение в круглой цилиндрической трубе, ось которой совпадает с осью x . Компоненты скорости вдоль осей x , y , и z обозначим через u , v и w . Кинематическую вязкость — μ , давление — P . Стабилизированное течение представляет собой стационарное течение, при котором скорость потока и профиль скорости не зависят от продольной координаты. Если направление движения совпадает с осью x , то проекции скорости на оси z и y равны нулю, а проекция на ось x будет зависеть только от y и z . Такое движение имеет место в цилиндрической трубе на значительном удалении от входа, когда устанавливается Пуазейлевский поток. В общем случае $u = u(x, y, z)$, $w = v = 0$, $p = p(x, y, z)$. Из уравнения неразрывности следует $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$, поэтому получаем $u = u(y, z)$ — условие стабилизированного движения. [3]

Уравнение Навье — Стокса в проекциях на оси имеет вид:

$$\begin{cases} v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Исходя из биомеханических условий реальной задачи, $\frac{\partial p}{\partial x} = \text{const}$, тогда

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

Перейдем к цилиндрической системе координат: $x = x$, $y = r \cos \phi$, $z = r \sin \phi$, тогда уравнение (2) примет вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (3)$$

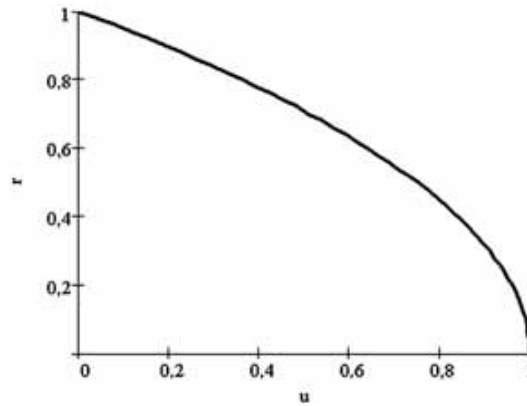


Рис. 2. Безразмерный профиль Пуазейля

Таким образом, после нормировки коэффициентов и решением метода Лапласа, получаем выражения для:

$$\text{потока} - Q = \frac{\pi}{8\mu} \frac{\Delta p}{l} \left(\frac{d}{2}\right)^4, \quad (4)$$

$$\text{средней скорости потока} - u_{\text{ср}} = \frac{\Delta p}{8\mu l} \frac{d^2}{4}, \quad (5)$$

где l – длина исследуемого участка.

Имея распределение скорости в сосуде и её среднее значение, можно ввести критерий для своевременной неинвазивной диагностики стеноза.

В современной медицинской практике существенную роль в лечении заболевания играет своевременная диагностика, инвазивность которой должна быть минимизирована. Если речь идёт о диагностике стеноза, то наиболее часто применяется УЗ – исследования с применением Допплеровского метода, но зачастую чётко увидеть стенки сосуда без применения коронарографии не удаётся, но данный метод относится к числу инвазивных.[4,5] С целью минимизации воздействия на пациента в данной работе предлагается скоростной коэффициент.

Поскольку при наличии даже небольшого стеноза можно говорить о смене ламинарного течения кровотока на турбулентное, то предиктором может служить вихревая «добавка» в уравнение потока, которая приведёт к изменению скорости. Введём скорость, при которой поток жидкости становится турбулентным:

$$v = \frac{Re \cdot \eta}{\rho \cdot d}, \text{ где} \quad (6)$$

Re – число Рейнольдса, которое для коронарных артерий колеблется от 1200 до 1600.

Графическое изменение скорости кровотока от диаметра сосуда коронарной артерии при числе Рейнольдса равным 1300 представлено на Рисунке 3.

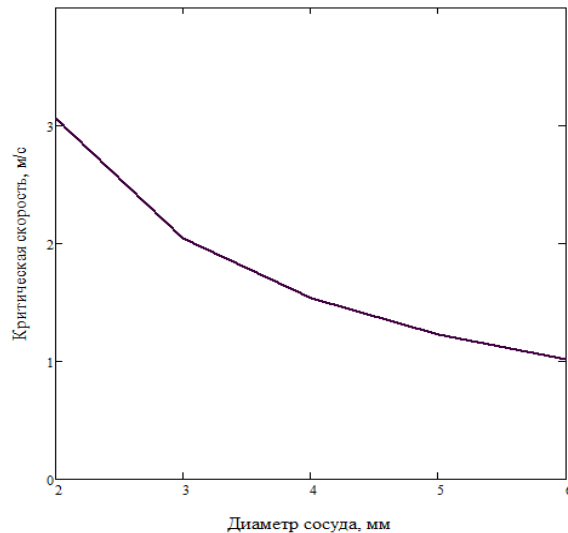


Рис. 3.Изменение скорости кровотока в коронарном сосуде

Таким образом, можно представить условия для скоростного критерий для определения уровня стеноза.

$$k = \frac{v}{v_{кр}} = \begin{cases} < 1 & \text{стеноз менее 30\%} \\ \geq 1 & \text{стеноз более 30\%} \end{cases}$$

При использовании данного критерия в клинической практике можно существенно снизить травматичность при диагностике для принятия того или иного решения.

Литература

1. Механика кровообращения: Пер. с англ. / К. Каро, Т. Педли, Р. Шротер, У. Сид. — М.: Мир, 1981.
2. Педли Т. Гидродинамика крупных кровеносных сосудов: Пер. с англ. — М.: Мир, 1983.
3. Голядкина А.А., Кириллова И.В., Щучкина О.А. Анализ напряжённо-деформированного состояния и гемодинамики коронарных артерий и желудочков сердца человека.
4. Воеводин А.Ф., Долбин Г.Е. Метод расчета нестационарных течений вязкой несжимаемой жидкости в переменных вихрь — функция тока // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Доклады 3-й Всероссийской научной конференции. — 2003.
5. Kim H. J., Vignon-Clementel I.E., Coogan J. S., Figueroa C.A., Jansen K. E., Taylor C.A. Patient-Specific Modeling of Blood Flow and Pressure in Human Coronary Arteries // Ann.Biomed. Eng., 2010. Vol. 38, no. 10. Pp. 3195–3209.