

УДК 621.43

**Методика, алгоритм решения, и решение обратных внешних
нестационарных задач теплопроводности**

*Неубург Л.Р., магистрант
кафедра «Поршневые двигатели»,
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана*

*Научный руководитель: Иващенко Н.А., д.т.н., профессор
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
ivashenko.power@bmstu.ru*

**Методика и алгоритм решения обратных внешних нестационарных
задач теплопроводности**

При переходе с режима на режим темп перестройки температурного поля деталей поршневого двигателя существенно отстает от темпа изменения граничных условий на тепловоспринимающих поверхностях деталей, поэтому при рассмотрении таких задач целесообразно не учитывать циклические изменения параметров граничных условий в пределах чередующихся циклов, а рассматривать некоторые условные граничные условия, осредненные в пределах одного цикла.

Циклические изменения параметров граничных условий и вызываемые ими колебания температуры тепловоспринимающих поверхностей следует учитывать при анализе особенностей теплопередачи в пределах цикла. Закономерности сложного конвективно-радиационного теплообмена в цилиндрах поршневых двигателей устанавливаются в основном на базе экспериментального изучения распределения плотностей нестационарного теплового потока по поверхностям камеры сгорания двигателей. Для измерения периодически изменяющихся плотностей теплового потока на

поверхностях поршней, клапанов, головок и гильз цилиндров с успехом использовались поверхностные термопары и платиновые термометры сопротивления [3, 4, 6, 7, 11, 12, 13]. Измеренные с помощью этих термоприемников колебания температуры поверхности раскладываются в ряд Фурье на гармонические составляющие, для каждой гармоники находится соответствующая ей гармоническая составляющая плотности теплового потока на поверхности тела в предположении одномерного распространения теплоты в полубесконечном пространстве, а затем суммируются составляющие плотности теплового потока. Таким образом оцениваются колебания плотности теплового потока в месте установки термоприемника, но для оценки постоянной составляющей плотности теплового потока необходимы дополнительные измерения. Так, в работах [6, 11, 12] для нахождения нулевой линии использовался искусственный прием - нахождение момента равенства средней термодинамической температуры рабочего тела в цилиндре и температуры поверхности термоприемника. Средняя термодинамическая температура рабочего тела находилась путем обработки индикаторных диаграмм. Условность описанного приема очевидна. Во-первых, в рабочем теле наблюдается явная неоднородность температурного поля по пространству камеры сгорания в любой момент времени. Во-вторых, следует учитывать, что в камере- сгорания имеет место сложный радиационно-конвективный теплообмен. В-третьих, индикаторная диаграмма регистрируется и обрабатывается с определенной погрешностями, которые скажутся на погрешности оценки нулевой линии плотности теплового потока и постоянной его составляющей. Кроме того, равенство температуры газа и поверхности имеет место в зоне слабого изменения этих температур, что приводит к большим временным погрешностям в оценке момента равенства нулю плотности теплового потока и оценки постоянной составляющей.

В работе [7] одновременно с пульсациями температуры поверхности Молодежный научно-технический вестник ФС77-51038

термоприемника (поверхностной термопары) измерялась температура стенки на глубине, где отсутствуют колебания температуры (не проникают температурные волны), что градиентом методом давало возможность оценить величину среднего за цикл теплового потока (постоянную составляющую плотности теплового потока). Использование градиентного метода связано с проблемой надежной оценки координат спаев стационарных термопар и обеспечением одномерности теплового потока в месте измерения.

Более предпочтительным представляется использование для оценки нестационарных плотностей тепловых потоков в поршневых двигателях одноэлементных датчиков тепловых потоков [1, 5, 8, 9], при установке которых предусматриваются мероприятия, обеспечивающие одномерность теплового потока в месте измерения и определение с высокой точностью координат спаев термопар, а также уменьшение погрешностей измерений путем статической и динамической градуировки датчиков.

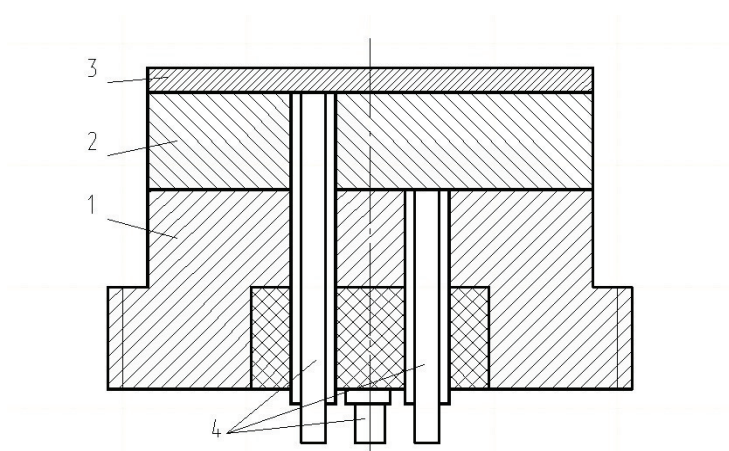


Рис. 1. Датчик теплового поток:

1 – корпус; 2 – теплометрический элемент; 3 – защитный слой; 4 - электроды

На рис.1 приведена схема датчика теплового потока, состоящего из корпуса, изготовленного из материала, теплопроводность которого близка к теплопроводности материала детали, в которой предполагается устанавливать

датчик, состоящий из константанового теплотметрического элемента толщиной 1 мм, покрытого защитным слоем меди толщиной 0,1-0,05 мм. Последний выполняет функцию контакта между электродом и теплотметрическим элементом для образования спая термопары и защиты теплотметрического элемента от непосредственного контакта с агрессивной средой в цилиндре двигателя. Теплотметрический элемент крепится диффузионной сваркой к торцу корпуса. В средней части датчика установлены три электрода. Простота и надежность конструкции такого датчика обеспечивает широкое использование их для измерений плотностей тепловых потоков в энергоустановках. Чувствительность таких датчиков оценивается в среднем величиной 400-500 Вт/(м мкВ). В работах [1, 2] такие датчики описаны достаточно подробно, а в работах [5, 8, 9, 10] дано обоснование применению их для измерения нестационарных тепловых потоков в цилиндрах поршневых двигателей. Для восстановления плотности теплового потока на поверхности теплозащитного слоя датчика рассматривается нестационарная задача теплопроводности для неоднородной пластины (теплотметрический элемент с защитным слоем):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_1 + \frac{d^2}{dX^2} T, \quad X > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_2 + \frac{d^2}{dX^2} T, \quad X < 0$$

$$T(X, 0) = G(X),$$

$$T(l_1, t) = F(t), \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial X}(-l_2, t) = q(t),$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial X}(0, t) = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial X}(0, t),$$

где l_1 - толщина теплотметрического элемента;

l_2 -толщина защитного слоя,

a_1, λ_1 - коэффициент температуропроводности и теплопроводности

теплометрического элемента,

a_2, λ_2 - коэффициент температуропроводности и теплопроводности защитного слоя.

В работе [8] приведено решение указанной задачи для неоднородной двуслойной пластины (сведение ее к краевой задаче с нулевыми граничными условиями, решение полученной краевой задачи методом Фурье) и построение интегрального уравнения Вольтерра относительно плотности теплового потока при наличии измеренных колебаний температуры на тепловоспринимающей и охлаждаемой поверхностях теплометрического элемента. Для нахождения плотности теплового потока там же [8] приведены рекуррентные формулы:

$$q(n, t_1^*) = \Psi_n(t_1^*) + \sum_{m=0}^{\infty} \nu_{m-1} [S[(n-m) \cdot t_1^*] - S[(n-m+1) \cdot t_1^*]] + \left[\sum_{k=1}^n \eta_k [Q[(n-m) \cdot t_1^*] - Q[(n-m+1) \cdot t_1^*]] \right];$$

$$\nu_n := \frac{q(n \cdot t_1^*) - q[(n-1) \cdot t_1^*]}{t_1^*}; \quad \eta_n := \frac{\lambda_1}{l_1} \cdot \frac{F(n \cdot t_1^*) - F[(n-1) \cdot t_1^*]}{t_1^*};$$

$$Q(t^*) = \int_0^{t^*} K(y, t^* - \zeta) d\zeta; \quad S(t^*) = \int_0^{t^*} L(y, t^* - \zeta) d\zeta.$$

Погрешность восстановления плотности теплового потока по измеренным колебаниям температуры на поверхностях теплометрического элемента зависит от надежной оценки теплофизических характеристик, толщины элемента, частотных характеристик оцениваемого теплового потока, погрешностей измерения температуры и др.

В условиях двигателей внутреннего сгорания поверхности деталей,

образующих камеру сгорания, покрываются нагаром, поэтому и датчик теплового потока через некоторое время работы также будет покрыт слоем нагара, вносящим искажение в температурное поле датчика и его показания, что вынуждает рассматривать при решении задачи восстановления плотности теплового потока более сложную систему, состоящую из теплотметрического элемента, защитного слоя и слоя нагара (сажи).

В большинстве случаев при исследованиях теплообмена в ДВС не учитывают нагар, считая, что определенная экспериментально плотность теплового потока учитывает его наличие (фактически плотность теплового потока оценена на поверхности детали под слоем нагара) и при использовании оцененных плотностей для расчета температурных полей последние будут спрогнозированы правильно. Если учитывать только это применение оцененных плотностей тепловых потоков, то можно согласиться с такими рассуждениями. Но совершенно ясно, что использование таким образом определенных плотностей тепловых потоков будет приводить к ошибкам в оценке локального нестационарного теплового потока от рабочего тела при моделировании цикла ДВС и вносить ошибки в результаты моделирования. Возникает задача оценивания плотности нестационарного теплового потока в камере сгорания с учетом слоя нагара.

Решение ОЗТ для теплотметрического элемента

Область теплотметрического элемента аппроксимируем одномерными конечными элементами (рис. 2), распределение температуры в пределах которых аппроксимируем линейной зависимостью:

$$T := (N_i, N_j) \begin{pmatrix} T_i \\ T_j \end{pmatrix},$$

где N_i, N_j - функция формы, T_i, T_j - значения температуры в узлах i и j , соответственно.

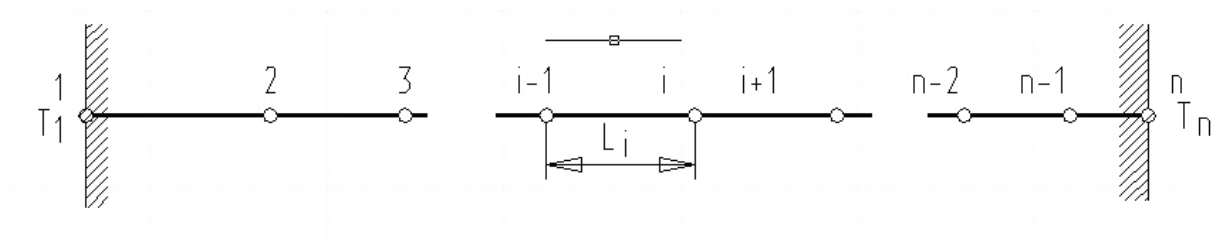


Рис. 2. Конечноэлементная модель теплотрического элемента

Узлы конечно-элементной модели распределим в области со сгущением от узла 1 ($X=0$) к узлу n , учитывая нарастание амплитуды колебания температуры при приближении к нагреваемой поверхности теплотрического элемента (рис. 2). Каждому элементу поставим в соответствие значения теплофизических характеристик (λ , C_p) для учета их зависимости от температуры. Поставив в соответствие каждому узлу контрольный объем и выполнив стандартные операции МКО, получим дискретный аналог уравнения теплопроводности и соответствующие конечно-разностные уравнения:

$$q_1 + \frac{\lambda_1}{L_1} \cdot (\bar{T}_2 - \bar{T}_1) = \frac{1}{2\Delta t} \cdot c \cdot \rho_1 \cdot L_1 (\dot{T}_1 - \bar{T}_1) \quad , \quad i = 1$$

$$\frac{\lambda_{i-1}}{L_{i-1}} \cdot (\bar{T}_{i-1} - \bar{T}_i) + \frac{\lambda_i}{L_i} \cdot (\bar{T}_{i+1} - \bar{T}_i) = \frac{1}{2\Delta t} \cdot c \cdot \rho_{i-1} \cdot L_{i-1} (\dot{T}_i - \bar{T}_i) \quad , \quad i = 2, \dots, n-1$$

$$q_n + \frac{\lambda_{n-1}}{L_{n-1}} \cdot (\bar{T}_{n-1} - \bar{T}_n) = \frac{1}{2\Delta t} \cdot c \cdot \rho_{n-1} \cdot L_{n-1} (\dot{T}_n - \bar{T}_n) \quad , \quad i = n$$

где L_i - длина элемента, Δt - шаг по времени, выбираемый по условию устойчивости, \dot{T} - значение температуры на предыдущем временном слое. Поскольку значения температуры в граничных узлах известны, то, задав $T_1=f(t)$ и $T_2=F(t)$, можно на очередном временном слое вычислить значения температуры в узлах $i=2, \dots, n-1$ из второго уравнения системы:

$$T_i := \bar{T}_i + \frac{2\Delta t}{(c\rho_{i-1}L_{i-1})} \left[\frac{\lambda_{i-1}}{L_{i-1}} (\bar{T}_{i-1} - \bar{T}_i) + \frac{\lambda_i}{L_i} (\bar{T}_{i-1} - \bar{T}_i) \right], \quad i := 2, \dots, n-1$$

а после этого вычислить значения плотностей тепловых потоков в узлах 1 и n по зависимостям:

$$q_1 := \frac{\lambda_1}{L_1} (\bar{T}_1 - \bar{T}_2) + \frac{1}{2\Delta t} \cdot c\rho_1 \cdot L_1 \cdot (T_1 - \bar{T}_1),$$

$$q_n := \frac{\lambda_{n-1}}{L_{n-1}} (\bar{T}_{n-1} - \bar{T}_n) + \frac{1}{2\Delta t} \cdot c\rho_{n-1} \cdot L_{n-1} \cdot (T_n - \bar{T}_n).$$

Перед началом вычислений по временным шагам на первом временном слое необходимо рассчитать стационарное распределение температуры в узлах $i=2, \dots, n$, задав в узлах 1 и 2 граничные условия первого рода:

$$T_1 := \frac{1}{\Theta} \int_{\Theta} f(t) dt, \quad T_n := \frac{1}{\Theta} \int_{\Theta} F(t) dt.$$

Вычисления по временным шагам необходимо продолжать до выполнения условий периодичности. Завершение итерационного процесса осуществляется при выполнении условия $q_{1s} = q_{ns}$, где q_{1s} и q_{ns} - средние за период цикла θ значения плотностей тепловых потоков на тепловоспринимающей и теплоотдающей поверхностях теплотехнического элемента (узлы 1 и n).

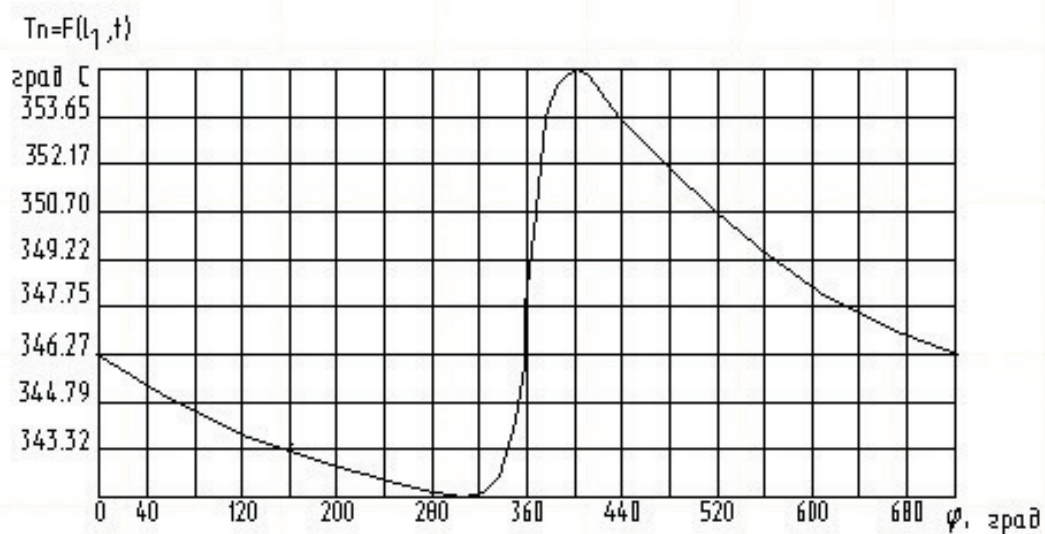


Рис. 3. Изменение температуры на нагреваемой поверхности теплотрического элемента $T_n = F(t)$. $T_{max} = 355.13$; $T_{min} = 341.84$, °C

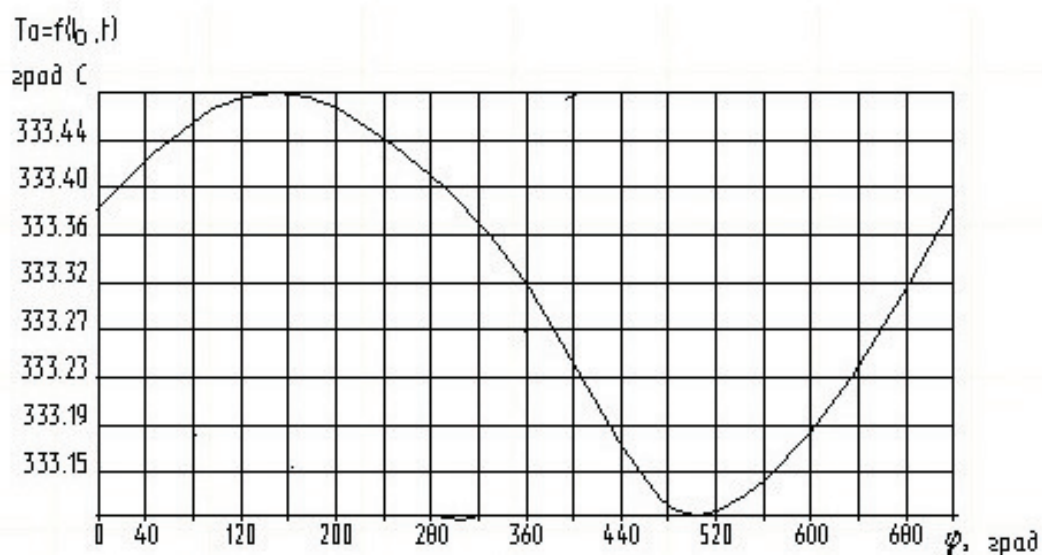


Рис. 4. Колебания температуры на охлаждаемой поверхности теплотрического элемента. $T_o = f(l, t)$. $T_{max} = 333.48$; $T_{min} = 333.11$, °C

На рис. 3, 4 приведены исходные данные ОЗТ (колебания температуры на поверхностях) для константанового теплотрического элемента толщиной 1мм, покрытого защитным слоем из меди толщиной 0,1 мм. Решение ОЗТ выполнялось применительно к режиму дизеля с частотой вращения вала 2000

1/мин. На рис. 5 изображен спектр температурных волн по толщине теплотметрического элемента в различные моменты времени (через 30 градусов поворота колеччатого вала), а на рис. 6 - восстановленная плотность теплового потока на поверхности теплотметрического элемента, а также цикловые колебания температуры на различной глубине от поверхности. Восстановленная плотность теплового потока $q_n(t)$ и температура $T_n(t)$ являются граничными условиями для второго этапа задачи - ОЗТ защитного слоя с нагаром (сажей).

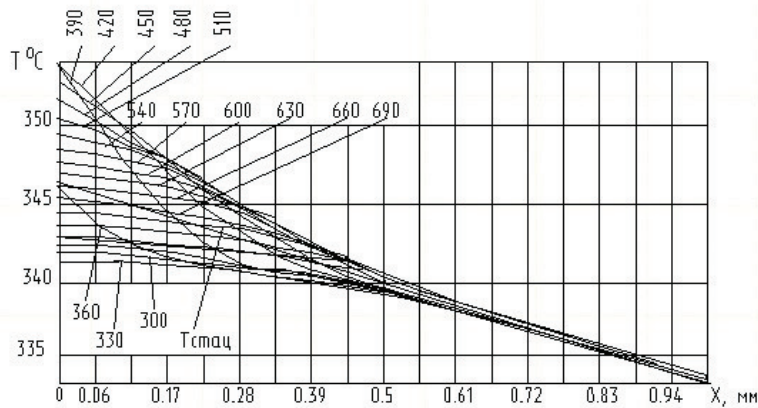


Рис. 5. Спектр температурных волн в теплотметрическом элементе. Цифрами указаны градусы поворота вала

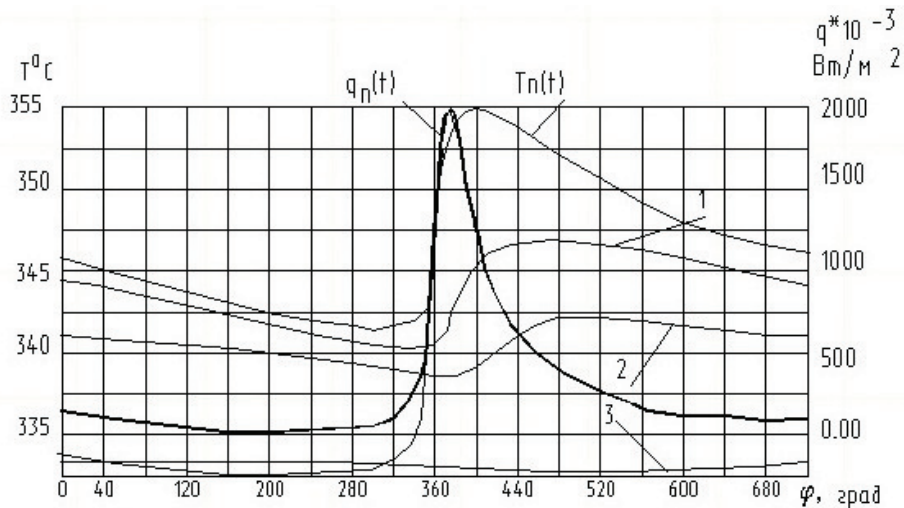


Рис. 6. Восстановленная плотность теплового потока на поверхности теплотметрического элемента $q(t)$ и n цикловые колебания температуры на различной глубине: $T_n(t)$ – 0.0 mm, 1 – 0.25 mm, 2 – 0.5 mm, 3 – 1.0 mm;

$$q_{\max} = 1924910 \text{ Вт/м}^2, q_{\min} = 14300 \text{ Вт/м}^2$$

Вывод. Разработаны методы решения обратных нестационарных задач теплопроводности, создано программное обеспечение, реализующие процедуры решения ОЗТ. Разработанный метод проверен решением практических задач. Выполнена оценка точности предложенного метода.

Разработанный метод решения обратных нестационарных задач применительно к периодическим тепловым процессам в цилиндрах поршневых двигателей в отличие от ранее существовавших позволяет учитывать наличие отложений нагара, пленок окислов и других неоднородностей.

Список литературы

1. Анатычук Л.И., Булат Л.П. Полупроводники в экстремальных температурных условиях – СПб.: Наука, 2001. -224с.
2. Геращенко О.И., Гордов А.Н., Лах В.И. и др. Температурные измерения: Справочник.- Киев: Наукова думка,1984.- 494с.
3. Костин А.К. и др. Теплонапряженность двигателей внутреннего сгорания. Справочное пособие / А.К.Костин, В.В.Ларионов, Л.И.Михайлов. - Л.: Машиностроение, 1979. - 222 с.
4. Лапшин В.И. Исследование тепловой напряженности цилиндро-поршневой группы судовых четырехтактных дизелей с газотурбинным наддувом: Автореферат дисс. на соиск. ученой степени кан.техн. наук: 05.04.02. - Л., -1978. - 21 с.
5. Максимов Е.А., Страдомский М.В. Измерение теплового потока в деталях тепловых двигателей с периодически повторяющимися циклами // Пром. теплотехника. - 1979. - N 1. - С.96-99.
6. Овсянников М.К., Волочков В.А. Методика экспериментального исследования конвективного и лучистого теплотоков в стенке деталей ЦПГ дизеля // Энергомашиностроение. - 1972,- N1.- С. 37-39.
7. Розенблит Г.Б. Теплопередача в дизелях.- М.: Машиностроение, 1977. -215 с.

8. Страдомский М.В., Максимов Е.А. Оптимизация температурного состояния деталей дизельных двигателей. -Киев: Наукова думка, 1987. - 168 с.
9. Страдомский М.В., Васильев Ю.А., Максимов Е.А. и др. Расчетно-экспериментальное исследование температурного состояния головки цилиндра дизеля серии ДМ-21 // Пром.теплотехника. - 1980.-2,- N 3. - С. 84-87.
10. Страдомский М.В., Максимов Е.А., Маляров В.С. Измерение нестационарных тепловых потоков в высокотемпературных энергоустановках // Пром.теплотехника. - 1984.- 6, N 5. - С. 64-67.
11. Хачиян А.С., Есауленко Н.Н., Кривенко Д.В. Особенности теплообмена между рабочим телом и огневым днищем головки цилиндра дизеля при различных диаметрах камеры сгорания в поршне //Двигателестроение.-1981.-N 1.-С. 15-17.
12. Чайнов Н.Д., Заренбин В.Г., Иващенко Н.А. Тепломеханическая напряженность деталей двигателей.- М.: Машиностроение, 1977. - 152 с.
13. Eichelberg G. Some new investigations on old combustion engine problems// Engineering.- 1939.-V.148.-S.463-466.