

03, март 2016

УДК 629.76/.78-027.31

Определение оптимального расположения топливных баков ракеты, спроектированной по схеме «тандем», из условия минимума стартовой массы

Евсеевко Е.А., студент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Космические аппараты и ракеты-носители»*

Научный руководитель: Генералов Н.Н., ст. преподаватель

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Космические аппараты и ракеты-носители»*

generalov@m1.sm.bmstu.ru

Обычно при проектировании ракет по схеме «тандем» тяжелый бак окислителя располагают перед баком горючего. Таким образом добиваются меньшей разбежки центра давления и центра масс, что обеспечивает ее нахождение в существующем допуске, гарантирующем качественную работу автомата стабилизации. Но при этом нижний бак оказывается очень сильно сжат осевыми усилиями. Продемонстрируем это, построив эпюру осевой силы, действующей на отсеки ракеты на стартовом столе, методом дискретного элемента. Ракета представляется как система сосредоточенных масс, соединенных друг с другом невесомыми упругими связями различной длины. В качестве примера рассмотрим двухступенчатую ракету-носитель легкого класса, спроектированную под разгонный блок «Бриз-КМ» массой 6475 кг для доставки полезного груза массой 3 тонны на круговую орбиту высотой в 200 км. Топливом для ступеней служит кислород-керосин. Массы отсеков носителя приведены в таблице 1.

Таблица 1

Массы отсеков ракеты-носителя, используемой в примере

Название отсека	Обозначение массы отсека	Значение массы, кг
Полезная нагрузка	$M_{ПН}$	$1,09 \times 10^4$
Система управления	$m_{СУ}$	250
Переходный и хвостовой	$m_{\sigma 2}$	405,292

второй ступени		
Топливный второй ступени	$m_{\text{ТО2}}$	$1,415 \times 10^3$
Двигательная установка второй ступени	$m_{\text{ДУ2}}$	791,431
Окислитель второй ступени	$m_{\text{ОК2}}$	$2,63 \times 10^4$
Горючее второй ступени	$m_{\text{Г2}}$	$9,078 \times 10^3$
Переходный и хвостовой первой ступени	$m_{\sigma 1}$	$2,182 \times 10^3$
Топливный первой ступени	$m_{\text{ТО1}}$	$7,955 \times 10^3$
Двигательная установка первой ступени	$m_{\text{ДУ1}}$	$9,179 \times 10^3$
Окислитель первой ступени	$m_{\text{ОК1}}$	$1,478 \times 10^5$
Горючее первой ступени	$m_{\text{Г1}}$	$5,103 \times 10^4$

При построении эпюры используем гантельный метод распределения масс, при котором масса участка распределяется по его торцам, как показано на рис. 1.

Определим массы дискретных элементов:

$$m_1 = \frac{M_{\text{ПН}} + m_{\text{СУ}}}{2} = 5,573 \times 10^3 \text{ кг};$$

$$m_2 = \frac{M_{\text{ПН}} + m_{\text{СУ}}}{2} + \frac{m_{\sigma 2}}{4} = 5,674 \times 10^3 \text{ кг};$$

$$m_3 = \frac{m_{\sigma 2}}{4} + \frac{m_{\text{ТО2}}}{2} = 808,827 \text{ кг};$$

$$m_4 = m_{\text{ОК2}} + m_{\text{ДУ2}} = 2,709 \times 10^4 \text{ кг};$$

$$m_5 = \frac{m_{\sigma 2}}{4} + \frac{m_{\text{ТО2}}}{2} + m_{\text{Г2}} = 9,887 \times 10^3 \text{ кг}.$$

Результат построения эпюры сжимающих усилий приведен на рис. 1. Наглядно показано, что нижний бак слишком сильно сжат, что предполагает большие давление наддува и толщину обечайки, следовательно, и массу конструкции. Проверим это, произведя проектные расчеты на прочность и устойчивость в опасных сечениях. В таблице 2 приведены геометрические характеристики носителя, необходимые для вычислений. Расчетный случай: ракета на стартовом столе, баки нагружены только гидростатическим давлением (давление наддува не учитываем) и осевыми сжимающими силами.

Определение толщин обечаек баков первой ступени

Гидростатическое давление в баке окислителя первой ступени:

$$p_{гс1} = \rho_{ок} \times g_0 \times l_{ц,бо} = 1,502 \times 10^5 \text{ Па.}$$

Здесь $\rho_{ок}$ - плотность кислорода, 1135 кг/м³.

Таблица 2

Геометрические параметры ракеты-носителя, используемой в примере, необходимые для прочностного расчета

Наименование параметра	Условное обозначение	Значение, м
Диаметр ракеты	d	4
Длина цилиндрической части бака окислителя первой ступени	$l_{ц,бо}$	13,5
Длина цилиндрической части бака горючего первой ступени	$l_{ц,бг}$	6
Высота днищ баков	$h_{дн}$	0,8
Радиус сферы днища	$R_{дн}$	2,9

Окружное напряжение в сечении 1 (см. рис. 1):

$$\sigma_1 = p_{гс1} \times \frac{d}{2\delta_1}. \quad (1)$$

Здесь δ_1 – искомое значение толщины обечайки бака окислителя.

В рассматриваемом расчетном случае осевая перегрузка равна 1, следовательно, сжимающее усилие в точке 1:

$$N_1 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \times g_0 = 1,98 \times 10^6 \text{ Н.}$$

Меридиональное напряжение в сечении 1:

$$\sigma_3 = -\frac{N_1}{\pi d \delta_1}. \quad (2)$$

Эквивалентное напряжение в рассматриваемом сечении:

$$\sigma_{\text{эkv1}} = \sigma_1 - \sigma_3. \quad (3)$$

Расчетные напряжения находят с учетом коэффициента запаса: $f_3 = 1,2$;

$$\sigma_{\text{p1}} = f_3 \times \sigma_{\text{эkv1}}. \quad (4)$$

Полученные напряжения должны удовлетворять условию прочности:

$$\sigma_{\text{p1}} \leq \sigma_{\sigma}, \quad (5)$$

где σ_{σ} - предел прочности алюминиевого сплава. Получим:

$$\left[\left(p_{\text{rc1}} \times \frac{d}{2\delta_1} \right) - \left(-\frac{N_1}{\pi d \delta_1} \right) \right] \times f_3 = \sigma_{\sigma}.$$

Решая уравнение, определяем необходимое значение толщины стенки бака окислителя:

$$\delta_1 = \left[\left(p_{\text{rc1}} \times \frac{d}{2} \right) - \left(-\frac{N_1}{\pi d} \right) \right] \times \frac{f_3}{\sigma_{\sigma}} = 2,198 \text{ мм.}$$

Аналогичным прочностным расчетом получена толщина обечайки бака горючего:

$$\delta_2 = \left[\left(p_{\text{rc2}} \times \frac{d}{2} \right) - \left(-\frac{N_2}{\pi d} \right) \right] \times \frac{f_3}{\sigma_{\sigma}} = 1,431 \text{ мм.}$$

Расчет обечаек баков на устойчивость под действием осевых сжимающих сил с учетом внутреннего давления

Напряжения, соответствующие потере устойчивости оболочки:

$$\sigma_{\text{хл}} = k_{\text{хл}} \times E \times \frac{\delta}{d/2}.$$

Здесь $k_{\text{хл}} = 0,1$ – коэффициент устойчивости, $E = 72$ ГПа – модуль Юнга алюминиевого сплава. Для обеспечения устойчивости баков эквивалентное напряжение в них должно быть меньше критического:

$$\sigma_{\text{экр}} < \sigma_{\text{хл}}. \quad (6)$$

Проверим выполнение условия устойчивости в сечении 1 бака окислителя первой ступени. Эквивалентное напряжение определялось по формулам (1) – (3) подстановкой в них полученного значения толщины обечайки. $\sigma_{\text{экр1}} = 2,083 \times 10^8$ Па.

$$\sigma_{\text{хл1}} = k_{\text{хл}} \times E \times \frac{\delta_1}{d/2} = 7,912 \times 10^6 \text{ Па}.$$

Условие устойчивости (6) не выполняется. При заданной толщине стенки бак потеряет устойчивость. Определим необходимое значение толщины обечайки из условия сохранения устойчивости:

$$1,1 \sigma_{\text{экр1}} = \sigma_{\text{хл1}};$$

$$1,1 \times \left[\left(p_{\text{гс1}} \times \frac{d}{2\delta_1} \right) - \left(-\frac{N_1}{\pi d \delta_1} \right) \right] = k_{\text{хл}} \times E \times \frac{\delta_1}{d/2};$$

$$\delta_1 = \sqrt{1,1 \times \left[\left(p_{\text{гс1}} \times \frac{d}{2} \right) - \left(-\frac{N_1}{\pi d} \right) \right] \frac{d}{2(k_{\text{хл}} \times E)}} = 11,828 \text{ мм}.$$

Проверка выполнения условия устойчивости в сечении 2 бака горючего первой ступени

$$\sigma_{\text{экр2}} = 2,083 \times 10^8 \text{ Па}.$$

$$\sigma_{\text{хл2}} = k_{\text{хл}} \times E \times \frac{\delta_2}{d/2} = 5,151 \times 10^6 \text{ Па}.$$

Условие устойчивости (6) не выполняется. При заданной толщине стенки бак потеряет устойчивость. Необходимое значение толщины обечайки из условия сохранения устойчивости:

$$\delta_2 = \sqrt{1,1 \times \left[\left(p_{\text{гс2}} \times \frac{d}{2} \right) - \left(-\frac{N_2}{\pi d} \right) \right] \frac{d}{2(k_{\text{хл}} \times E)}} = 9,543 \text{ мм.}$$

Полученные толщины стенок слишком велики, что говорит о необходимости перехода к бакам стрингерной конструкции с толщиной обечайки, полученной из прочностного расчета $\delta_1 = 2,198$ мм; $\delta_2 = 1,431$ мм. Но для расчета массы топливного отсека будем использовать толщины обечаек, полученные из расчета на устойчивость, полагая, что таким образом будет учтена масса стрингеров.

Расчет толщины стенки днищ топливных баков первой ступени

Гидростатическое давление бака окислителя первой ступени:

$$p_{\text{дн.ок}} = \rho_{\text{ок}} \times g_0 \times (l_{\text{ц.бо}} + h_{\text{дн}}) = 1,591 \times 10^5 \text{ Па.}$$

Напряжение, вызываемое гидростатическим давлением на днище бака окислителя:

$$\sigma_{\text{дн.ок}} = p_{\text{дн.ок}} \times \frac{R_{\text{дн}}}{2\delta_{\text{дн}}},$$

где $\delta_{\text{дн}}$ – толщина стенки днища.

Расчетные напряжения: $\sigma_{\text{р.дн.ок}} = f_3 \times \sigma_{\text{дн.ок}}$;

Условие прочности: $\sigma_{\text{р.дн.ок}} \leq \sigma_{\text{с}}$;

$$f_3 \times p_{\text{дн.ок}} \times \frac{R_{\text{дн}}}{2\delta_{\text{дн}}} = \sigma_{\text{с}}.$$

Отсюда получим толщину стенки днища бака окислителя:

$$\delta_{\text{дн}} = f_3 \times p_{\text{дн.ок}} \times \frac{R_{\text{дн}}}{2\sigma_{\text{с}}} = 1,107 \text{ мм.}$$

Аналогичным расчетом получена толщина днища бака горючего: $\delta_{\text{дн.г}} = 0,385$ мм. При толщине обечайки меньшей 1 мм, принимаем ее равной 1 мм.

Расчет массы топливного отсека первой ступени

Масса топливного отсека складывается из массы цилиндрических обечаек баков и масс днищ:

$$M_{\text{ТО}} = M_{\text{бо.ц}} + M_{\text{бг.ц}} + 2M_{\text{дн.о}} + 2M_{\text{дн.г}}. \quad (7)$$

Площадь поперечного сечения бака окислителя:

$$S_{\text{бо.ц}} = \pi d \delta_1 = 0,149 \text{ м}^2. \quad (8)$$

Тогда масса цилиндрической части бака окислителя:

$$M_{\text{бо.ц}} = S_{\text{бо.ц}} l_{\text{Ц,БО}} \times \rho_{\text{Al}} = 4,816 \text{ т}. \quad (9)$$

Здесь ρ_{Al} - плотность алюминиевого сплава, 2400 кг/м³.

Аналогично находится масса цилиндрической части бака горючего:

$$M_{\text{бг.ц}} = S_{\text{бг.ц}} l_{\text{Ц,БГ}} \times \rho_{\text{Al}} = 1,727 \text{ т}. \quad (10)$$

Поверхность сферического сегмента (днища) бака:

$$S_{\text{сф}} = \pi(2R_{\text{дн}} h_{\text{дн}}) = 14,577 \text{ м}^2.$$

Тогда масса днища бака окислителя: $M_{\text{дн.о}} = S_{\text{сф}} \delta_{\text{дн}} \times \rho_{\text{Al}} = 38,73 \text{ кг}$.

Масса днища бака горючего: $M_{\text{дн.г}} = S_{\text{сф}} \delta_{\text{дн.г}} \times \rho_{\text{Al}} = 34,985 \text{ кг}$.

Тогда масса топливного отсека, вычисляемая по формуле (7): $M_{\text{ТО}}^{0-\Gamma} = 6,69 \text{ т}$.

Весовой коэффициент, получаемый из расчета на прочность:

$$a_{\text{ТО}} = \frac{M_{\text{ТО}}}{m_{\text{T}}} = 0,034,$$

где m_{T} - масса топлива первой ступени (в примере она составляет 198,9 т).
Полученный результат на 17 % отличается от среднего значения относительной массы топливного отсека, принятой при проектировании ракеты (0,04). Из этого можно сделать вывод, что полностью полагаться на статистические значения весовых коэффициентов

нельзя. Необходима последующая проверка массы проектируемого отсека в прочностном расчете.

Расчет массы топливного отсека при изменении порядка расположения топливных баков

Докажем, что полученное значение массы топливного отсека может быть уменьшено при изменении порядка расположения баков.

Эпюра сжимающих усилий строится аналогично предыдущему варианту. Изменились лишь массы дискретных элементов номер 7 и 8, что проиллюстрировано на рис. 2:

$$m_7 = m_{Г1} = 5,103 \times 10^4 \text{ кг};$$

$$m_8 = \frac{m_{Г01}}{2} + m_{ОК1} = 1,518 \times 10^5 \text{ кг}.$$

Силы инерции, действующие на эти элементы: $\Phi_7 = 5,001 \times 10^5 \text{ Н}$; $\Phi_8 = 1,488 \times 10^6 \text{ Н}$. Полученная эпюра сжимающих усилий показана на рис. 2. Видим, что нижний бак сжат значительно меньше, чем в предыдущем случае. Рассмотрим, как это сказалось на толщине стенок баков.

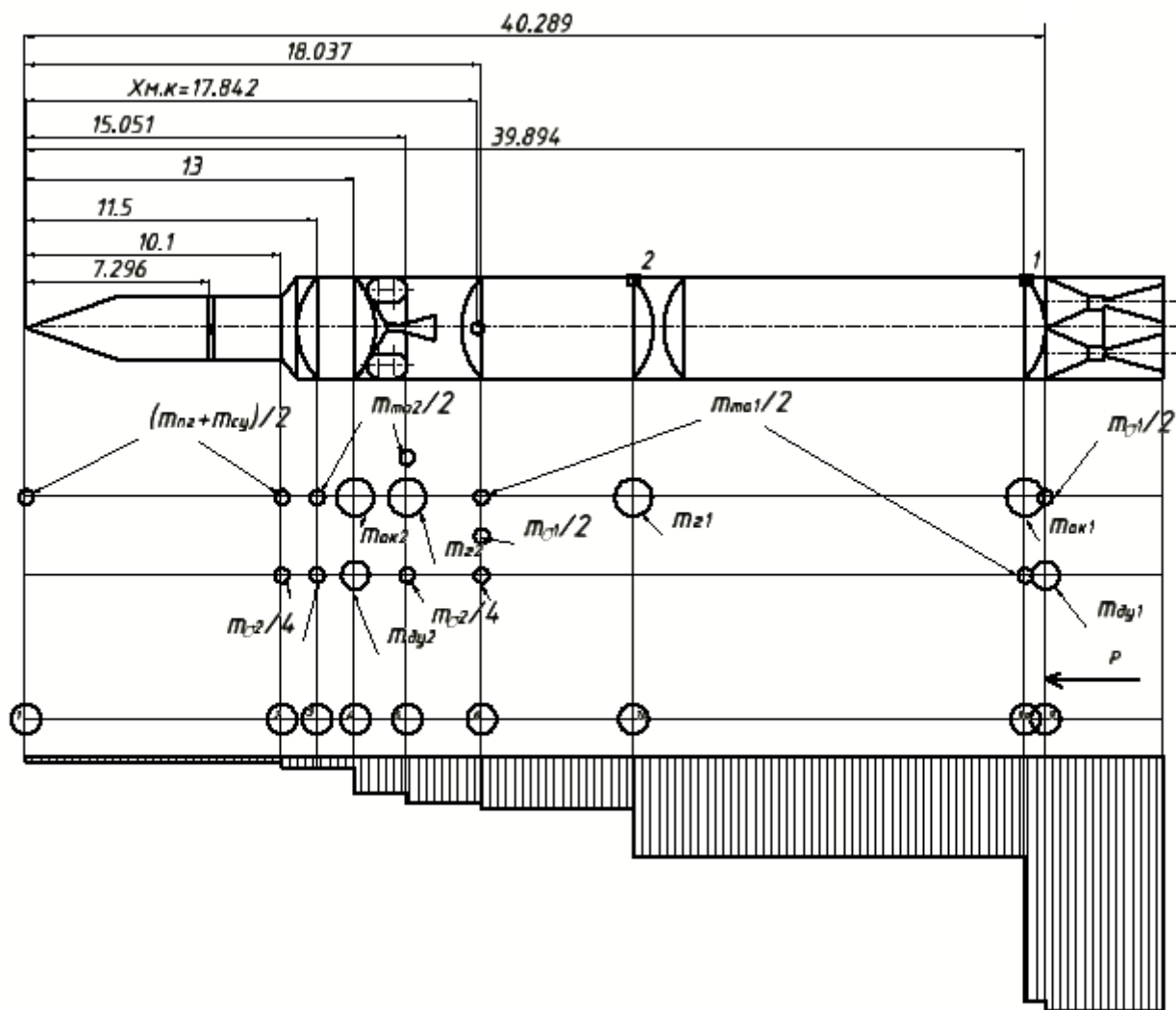


Рис. 2. Эпюра сжимающих усилий при изменении последовательности расположения топливных баков

Определение толщин обечаяк баков первой ступени при втором варианте компоновки топливного отсека

Окружное и меридиональное напряжения находятся по формулам (1) и (2).

Сжимающее усилие в точке 1 (см. рис. 2):

$$N_1 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_8) \times g_0 = 2,519 \times 10^6 \text{ Н.}$$

Сжимающее усилие в точке 2:

$$N_2 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) \times g_0 = 1,031 \times 10^6 \text{ Н.}$$

Эквивалентные напряжения определяем по формуле (3), расчетные – по формуле (4). Полученные напряжения должны удовлетворять условию прочности (5). Решая полученные уравнения, определяем необходимые значения толщин обечаек:

$$\delta_1 = \left[\left(p_{\text{rc1}} \times \frac{d}{2} \right) - \left(-\frac{N_1}{\pi d} \right) \right] \times \frac{f_3}{\sigma_s} = 2,404 \text{ мм},$$

$$\delta_2 = \left[\left(p_{\text{rc2}} \times \frac{d}{2} \right) - \left(-\frac{N_2}{\pi d} \right) \right] \times \frac{f_3}{\sigma_s} = 0,862 \text{ мм}.$$

Принимаем $\delta_2 = 1 \text{ мм}$.

Расчет обечаек баков на устойчивость при изменении компоновки.

Проверка устойчивости оболочки проводится с использованием выражения (6). Эквивалентные напряжения определялись по формулам (1) – (3) подстановкой в них полученных значений толщин обечаек:

$$\sigma_{\text{эKB1}} = 2,083 \times 10^8 \text{ Па}, \sigma_{\text{эKB2}} = 2,083 \times 10^8 \text{ Па};$$

$$\sigma_{\text{хл1}} = k_{\text{хл}} \times E \times \frac{\delta_1}{d/2} = 8,654 \times 10^6 \text{ Па};$$

$$\sigma_{\text{хл2}} = k_{\text{хл}} \times E \times \frac{\delta_2}{d/2} = 3,105 \times 10^6 \text{ Па}.$$

Условие устойчивости (6) не выполняется. Определим необходимое значение толщины обечайки из условия сохранения устойчивости:

$$1,1 \sigma_{\text{эKB1}} = \sigma_{\text{хл1}};$$

$$\delta_1 = \sqrt{1,1 \times \left[\left(p_{\text{rc1}} \times \frac{d}{2} \right) - \left(-\frac{N_1}{\pi d} \right) \right] \frac{d}{2(k_{\text{хл}} \times E)}} = 12,37 \text{ мм}.$$

$$\delta_2 = \sqrt{1,1 \times \left[\left(p_{\text{rc2}} \times \frac{d}{2} \right) - \left(-\frac{N_2}{\pi d} \right) \right] \frac{d}{2(k_{\text{хл}} \times E)}} = 7,409 \text{ мм}.$$

Полученные толщины стенок слишком велики, что говорит о необходимости перехода к бакам стрингерной конструкции с толщиной обечайки, полученной из прочностного расчета $\delta_1 = 2,404 \text{ мм}$; $\delta_2 = 1 \text{ мм}$. Но для расчета массы топливного

отсека будем использовать толщины обечаек, полученные из расчета на устойчивость, полагая, что таким образом будет учтена масса стрингеров.

По сравнению с предыдущим вариантом компоновки, в данном варианте «горючее - окислитель» толщина обечайки бака горючего уменьшилась при практически неизменной толщине стенки бака окислителя.

Рассчитаем массу топливного отсека, соответствующую этим толщинам обечаек по формуле (7).

Площадь поперечного сечения бака окислителя (см. формулу 8):

$$S_{\text{бо.ц}} = 0,155 \text{ м}^2.$$

Масса цилиндрической части бака окислителя (см. формулу 9): $M_{\text{бо.ц}} = 5,036 \text{ т}$.

Масса цилиндрической части бака горючего (см. формулу 10): $M_{\text{бг.ц}} = 1,341 \text{ т}$.

Масса днищ при изменении компоновки не изменилась.

Тогда масса топливного отсека, вычисляемая по формуле (7): $M_{\text{то}}^{\Gamma-0} = 6,525 \text{ т}$.

Таким образом, расчет массы топливного отсека при данном варианте компоновки показал выигрыш в массе в 165 кг по сравнению с традиционным расположением баков.

Однако изменение порядка расположения баков должно привести к увеличению разбежки центра давления и центра масс. Следовательно, надо определить их координаты в обоих вариантах компоновки для анализа статической устойчивости ракеты.

Формула для определения координаты центра масс:

$$x_m = \frac{\sum(x_i m_i)}{\sum m_i}. \quad (11)$$

На рис. 2 проставлены координаты точечных масс (в метрах), которые домножались на соответствующую массу, произведения суммировались между собой и делились на суммарную массу «сухой» ракеты для определения положения центра масс носителя в конце работы двигательной установки первой ступени:

$$x_{m.к} = \frac{\frac{M_{\text{пн}}}{2} \times 0 + m_{\text{су}} \times 7,296 + \frac{M_{\text{пн}}}{2} \times 10,1 + \frac{m_{\sigma 2}}{4} \times 10,1 + \frac{m_{\sigma 2}}{4} \times 11,5}{M_{\text{пн}} + m_{\text{су}} + m_{\sigma 2} + m_{\text{то2}} + m_{\text{ду2}} + m_{\text{ок2}} + m_{\Gamma 2} + m_{\sigma 1} + M_{\text{то}} + m_{\text{ду1}}} +$$

$$+ \frac{\frac{m_{\text{то2}}}{2} \times 11,5 + m_{\text{ду2}} \times 13 + \frac{m_{\sigma 2}}{4} \times 15,051 + \frac{m_{\text{то2}}}{2} \times 15,051}{M_{\text{пн}} + m_{\text{су}} + m_{\sigma 2} + m_{\text{то2}} + m_{\text{ду2}} + m_{\text{ок2}} + m_{\Gamma 2} + m_{\sigma 1} + M_{\text{то}} + m_{\text{ду1}}}$$

$$+ \frac{\frac{m_{\sigma 2}}{4} \times 18,037 + m_{\text{OK}2} \times 13 + m_{\Gamma 2} \times 15,051 + \frac{m_{\sigma 1}}{2} \times 18,037}{M_{\text{ПН}} + m_{\text{СУ}} + m_{\sigma 2} + m_{\text{ТО}2} + m_{\text{ДУ}2} + m_{\text{OK}2} + m_{\Gamma 2} + m_{\sigma 1} + M_{\text{ТО}} + m_{\text{ДУ}1}} +$$

$$+ \frac{\frac{M_{\text{ТО}}}{2} \times 18,037 + \frac{M_{\text{ТО}}}{2} \times 39,894 + m_{\text{ДУ}1} \times 40,289 + \frac{m_{\sigma 1}}{2} \times 40,289}{M_{\text{ПН}} + m_{\text{СУ}} + m_{\sigma 2} + m_{\text{ТО}2} + m_{\text{ДУ}2} + m_{\text{OK}2} + m_{\Gamma 2} + m_{\sigma 1} + M_{\text{ТО}} + m_{\text{ДУ}1}};$$

$$x_{m.k} = 17,842 \text{ м.}$$

Далее необходимо найти положения центров масс окислителя и горючего первой ступени для каждого момента времени работы двигателя. Для ракеты, рассматриваемой в качестве примера, двигательная установка первой ступени работает 116 с., массовые расходы компонентов составляют 439,983 кг/с и 1275 кг/с для горючего и окислителя соответственно.

$$\text{Изменение массы окислителя за отрезок времени } \Delta t: \Delta m_o = \dot{m}_o \Delta t.$$

$$\text{Изменение массы горючего за отрезок времени } \Delta t: \Delta m_r = \dot{m}_r \Delta t.$$

Здесь \dot{m}_o, \dot{m}_r – расходы компонентов.

$$\text{Текущие значения масс окислителя и горючего: } m_o(\Delta t) = m_{\text{OK}1} - \Delta m_o;$$

$$m_r(\Delta t) = m_{\Gamma 1} - \Delta m_r.$$

Значение объемов топлива и высот столбов жидкости в баках в каждый момент времени:

$$V_o(\Delta t) = \frac{m_o(\Delta t)}{\rho_{\text{ок}}}; \quad V_r(\Delta t) = \frac{m_r(\Delta t)}{\rho_r};$$

$$h_o(\Delta t) = \frac{V_o(\Delta t)}{S_{\text{мид}}}; \quad h_r(\Delta t) = \frac{V_r(\Delta t)}{S_{\text{мид}}},$$

здесь $S_{\text{мид}} = 12,566 \text{ м}^2$ – площадь миделя ракеты.

На рис. 3 приведены расчетные схемы для определения координат центров масс топлива для каждого момента времени. Центр масс компонента прикладываем к середине высоты столба жидкости. Тогда координаты центров масс топлива (см. рис. 3):

$$X_{\text{ЦМ.О}}(\Delta t) = X_{\text{ОК.О}} - h_{\text{ЦМ.О}}(\Delta t); X_{\text{ЦМ.Г}}(\Delta t) = X_{\text{Г.О}} - h_{\text{ЦМ.Г}}(\Delta t).$$

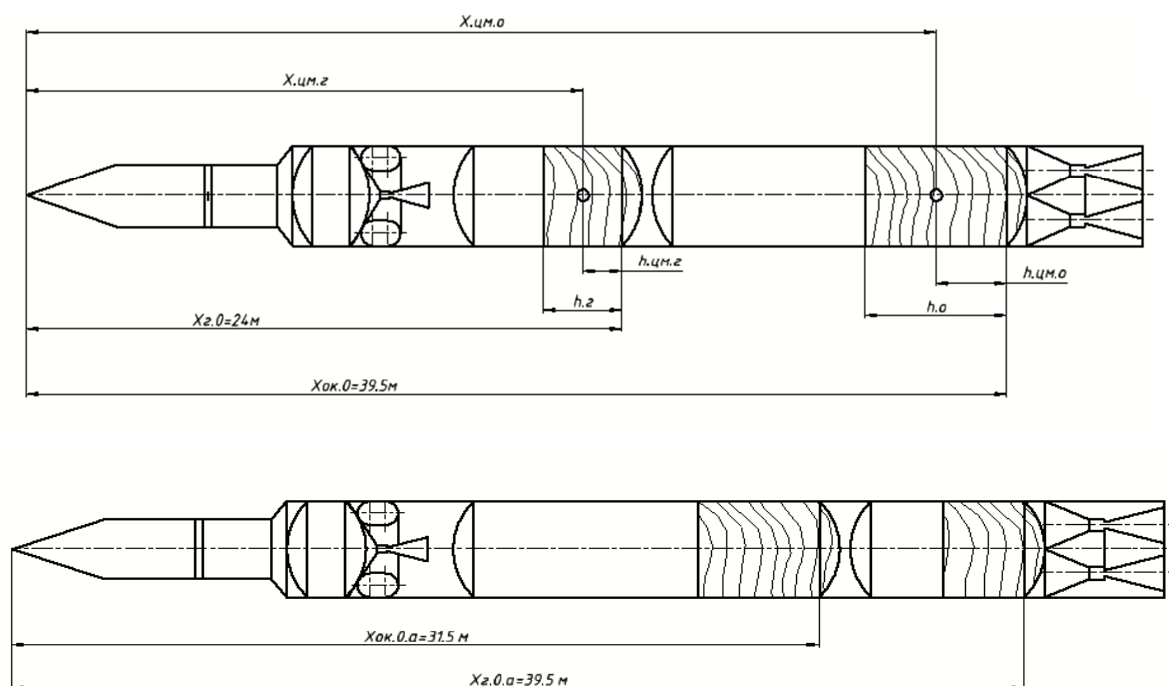


Рис. 3. Расчетные схемы для определения координаты центра масс топлива

Для определения положения центра масс (далее ЦМ) ракеты в течение работы двигательной установки (далее ДУ) первой ступени по формуле (11) суммирование производится по трем слагаемым: масса ракеты в конце работы ДУ, текущая масса окислителя, текущая масса горючего:

$$m_{\Sigma}(\Delta t) = m_{\text{сух}} + m_{\text{О}}(\Delta t) + m_{\text{Г}}(\Delta t).$$

Здесь $m_{\text{сух}} = M_{\text{ПН}} + m_{\text{СУ}} + m_{\text{О2}} + m_{\text{ТО2}} + m_{\text{ДУ2}} + m_{\text{ОК2}} + m_{\text{Г2}} + m_{\text{О1}} + M_{\text{ТО}} + m_{\text{ДУ1}}$ - масса ракеты в конце работы ДУ первой ступени.

Тогда зависимость координаты ЦМ ракеты от времени:

$$x_m(\Delta t) = \frac{m_{\text{сух}} \times x_{m.к} + m_{\text{О}}(\Delta t) \times X_{\text{ЦМ.О}}(\Delta t) + m_{\text{Г}}(\Delta t) \times X_{\text{ЦМ.Г}}(\Delta t)}{m_{\Sigma}(\Delta t)}. \quad (12)$$

При изменении порядка расположения баков расчет координаты центра масс остается аналогичным, изменятся только координаты днищ баков (см. рис. 3). По результатам расчета построены графики зависимости положения центра масс ракеты от

времени для компоновок «горючее – окислитель» (сплошная линия, а) и «окислитель – горючее» (штриховая линия, б), приведенные на рисунках 4 и 5.

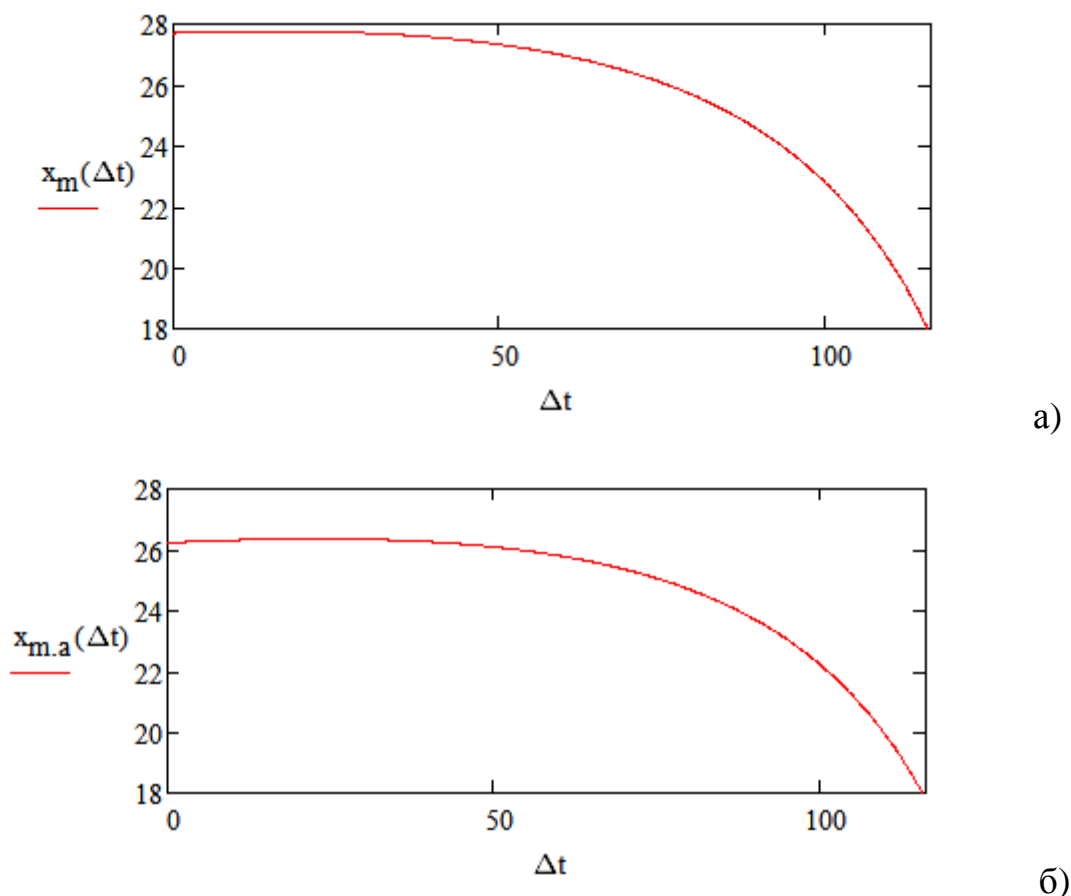


Рис. 4. Зависимость координаты центра масс ракеты [м] от времени [с]:
 а) компоновка «горючее – окислитель»; б) компоновка «окислитель – горючее»

Следующим шагом в анализе устойчивости носителя является определение положения центра давления (точки, относительно которой момент аэродинамических сил равен нулю). Расчет производится, исходя из предположения, что суммарная подъемная сила, действующая на ракету и приложенная к центру давления, складывается из подъемных сил, действующих на отсеки ракеты и приложенных к центрам давления поверхностей, образующих эти отсеки, как показано на рис. 5. Координата центра давления определялась из уравнения равновесия ракеты. Его можно преобразовать к виду (см. рис. 5):

$$Y_{\Sigma} X_d = Y_{K1} X_{K1} + Y_{Ц1} X_{Ц1} + Y_{K2} X_{K2} + Y_{Ц2} X_{Ц2}. \quad (13)$$

Здесь $Y_{к1}, Y_{ц1}, Y_{к2}, Y_{ц2}$ - подъемные силы, действующие на конические и цилиндрические отсеки изделия, Y_{Σ} - суммарная подъемная сила, действующая на ракету.

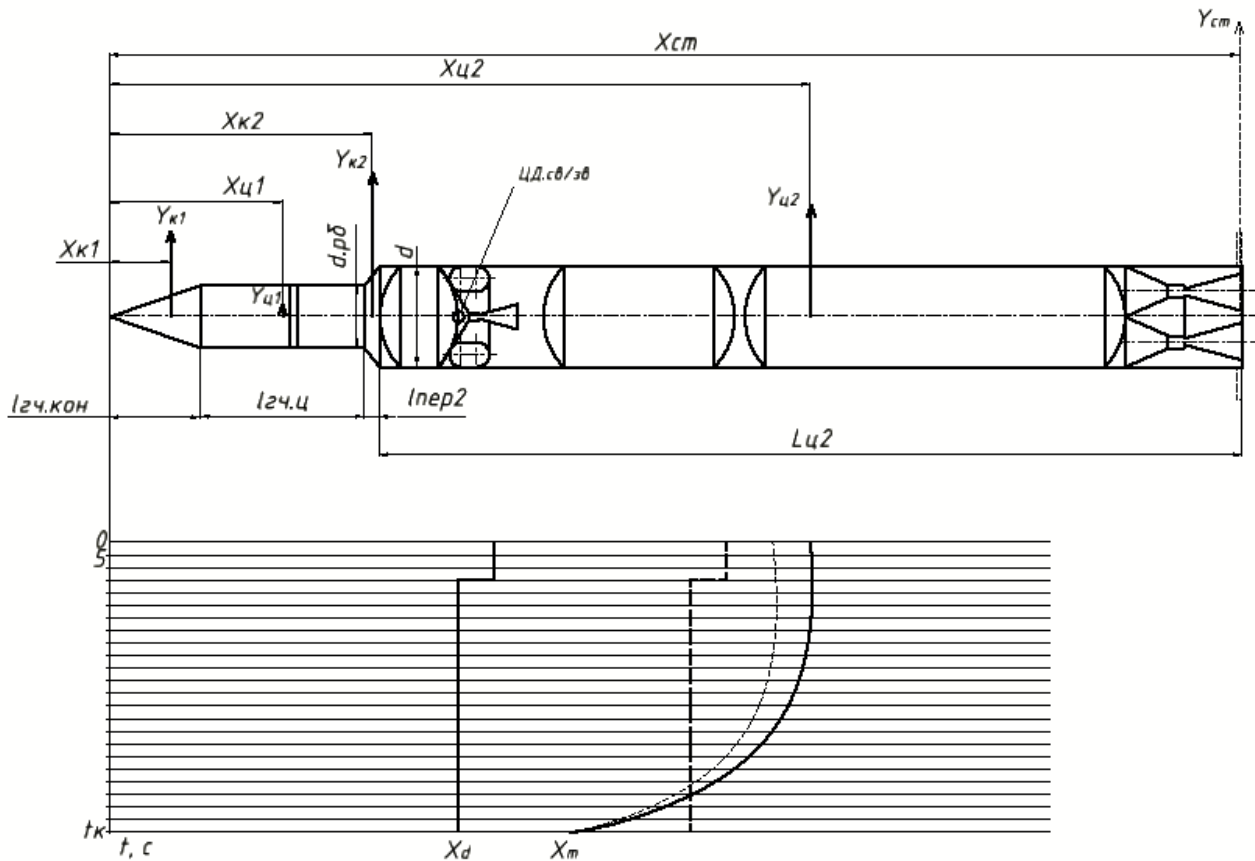


Рис. 5. Определение разбежки центра давления и центра масс

Справедливо соотношение:

$$Y_{\Sigma} = Y_{к1} + Y_{ц1} + Y_{к2} + Y_{ц2}. \quad (14)$$

Подъемная сила определяется в виде, предложенном Ньютоном:

$$Y = C_y \rho \frac{v^2}{2} S_M,$$

где C_y - коэффициент подъемной силы, $\rho \frac{v^2}{2}$ - скоростной напор, S_M - площадь мицеля. В таблице 3 представлены результаты расчета координат приложения подъемных сил отсеков, в таблице 4 – значения площадей мицеля для каждой составляющей подъемной силы.

Таблица 3

Координаты приложения подъемных сил отсеков ракеты, рассматриваемой в примере

Название отсека	Условное обозначение координаты приложения подъемной силы, действующей на отсек	Численное значение координаты, м
Конический отсек головной части	$X_{к1}$	2,4
Цилиндрический отсек головной части	$X_{ц1}$	6,85
Конический переходный отсек	$X_{к2}$	10,423
Основной цилиндрический отсек корпуса	$X_{ц2}$	27,827

Таблица 4

Значения площадей миделя отсеков ракеты, рассматриваемой в примере

Название отсека	Условное обозначение площади миделя отсека	Численное значение площади миделя, м ²
Конический отсек головной части	$S_{м.к1}$	2,164
Цилиндрический отсек головной части	$S_{м.ц1}$	4,87
Конический переходный отсек	$S_{м.к2}$	3,648
Основной цилиндрический отсек корпуса	$S_{м.ц2}$	12,566

Определение коэффициентов подъемной силы отсеков ракеты на сверхзвуке

Максимальный скоростной напор соответствует числу маха M , приблизительно равному 2. Угол атаки α зададим равным 3 градусам (0,052 рад). При этом коэффициенты подъемной силы для конуса и цилиндра вычисляются следующим образом [5]:

<http://sntbul.bmstu.ru/doc/836743.html>

$$C_{y.\text{кон}} = 3\alpha = 0,157;$$

$$C_{y.\text{ц}} = 1,5\alpha^2\lambda,$$

где λ - удлинение цилиндра; $\lambda = \frac{l}{d}$. В нашем случае удлинение цилиндра отсека полезной нагрузки – 2,61; отсека корпуса ракеты – 8,564. Коэффициенты подъемной силы этих отсеков равны 0,011 и 0,035 соответственно.

Определение координаты центра давления

Из формул (13), (14) следует:

$$X_d = \frac{Y_{к1}X_{к1} + Y_{ц1}X_{ц1} + Y_{к2}X_{к2} + Y_{ц2}X_{ц2}}{Y_{к1} + Y_{ц1} + Y_{к2} + Y_{ц2}};$$

$$X_d = \frac{\rho \frac{v^2}{2} (S_{м.к1} C_{y.\text{кон}} X_{к1} + S_{м.ц1} C_{y.\text{ц}} X_{ц1} + S_{м.к2} C_{y.\text{кон}} X_{к2} + S_{м.ц2} C_{y.\text{ц}} X_{ц2})}{\rho \frac{v^2}{2} (S_{м.к1} C_{y.\text{кон}} + S_{м.ц1} C_{y.\text{ц}} + S_{м.к2} C_{y.\text{кон}} + S_{м.ц2} C_{y.\text{ц}})} =$$

$$= 13,824 \text{ м.}$$

Далее определялась координата центра давления на дозвуке.

Определение разбежки центра давления и центра масс

По результатам расчета на рис. 5 построен график зависимости координаты центра давления от времени на линейной аппроксимации. Здесь 14,34 с – время перехода ракеты на сверхзвуковую скорость (скачок на графике центра давления). Очевидна значительная разбежка центра давления и центра масс (причем при обоих вариантах компоновки топливного отсека). Для нахождения ракеты в области устойчивости необходимо, чтобы разбежка центра давления и центра масс укладывалась в 5-типроцентный допуск:

$$\frac{\Delta|X_d - x_m|}{L_p} \leq 5 \%, \quad (15)$$

где $L_p = 44,97$ м – длина ракеты.

Определим максимальное значение разбежки центра давления и ЦМ при обоих вариантах компоновки. Из рисунков 4 и 5 следует, что наибольшее значение разбежка принимает на сверхзвуковых скоростях в моменты времени 17 с и 25 с для компоновок

«горючее – окислитель» и «окислитель – горючее» соответственно, наименьшее – в конце работы двигательной установки. Подставляя эти значения времени в формулу (12), получим следующие значения разбежки центра давления и центра масс:

$$\frac{|X_d - x_m(17)| - |X_d - x_m(t_k)|}{L_p} = 0,22 \text{ - для расположения баков «горючее – окислитель»};$$

$$\frac{|X_d - x_m(25)| - |X_d - x_m(t_k)|}{L_p} = 0,19 \text{ - для традиционного расположения баков.}$$

Очевидно, что при обоих вариантах компоновки условие (15) не выполняется. Ракета является статически неустойчивой, что усложняет работу автомата стабилизации. Необходима установка решетчатых стабилизаторов (на рис.5 показаны пунктиром). При этом вернемся к варианту компоновки с баком горючего впереди для выигрыша в стартовой массе.

Определение параметров решетчатых стабилизаторов

Оптимальной с точки зрения стабилизации считается статически нейтральная ракета, когда центр давления (ЦД) совпадает с центром масс (ЦМ). Из условия равновесия получим необходимое значение подъемной силы стабилизаторов, обеспечивающее совпадение ЦД и ЦМ на сотой секунде полета (см. рис. 5):

$$X_d = x_m(100) = \frac{Y_{к1}X_{к1} + Y_{ц1}X_{ц1} + Y_{к2}X_{к2} + Y_{ц2}X_{ц2} + Y_{ст}X_{ст}}{Y_{к1} + Y_{ц1} + Y_{к2} + Y_{ц2} + Y_{ст}}.$$

Подставляя вместо составляющих подъемной силы их выражение через скоростной напор, площадь миделя и коэффициент и проведя элементарные преобразования, получим произведение для площади решетчатого крыла на коэффициент подъемной силы:

$$S_{ст}C_{y,ст} = \frac{(S_{м,к1}C_{y,кон}X_{к1} + S_{м,ц1}C_{y,ц1}X_{ц1} + S_{м,к2}C_{y,кон}X_{к2} + S_{м,ц2}C_{y,ц2}X_{ц2})}{x_m(100) - X_{ст}} -$$

$$- \frac{x_m(100)(S_{м,к1}C_{y,кон} + S_{м,ц1}C_{y,ц1} + S_{м,к2}C_{y,кон} + S_{м,ц2}C_{y,ц2})}{x_m(100) - X_{ст}}.$$

Принимая координату приложения подъемной силы стабилизаторов $X_{ст}$ равной 44,8 м, получим: $S_{ст}C_{y,ст} = 0,571 \text{ м}^2$. Полученное произведение позволяет определить геометрические параметры стабилизаторов, которые показаны на рисунке 6.

Несущая площадь решетчатого крыла, составленного из прямоугольных планов, которая создает подъемную силу, может быть подсчитана по формуле (см. рис. 6).

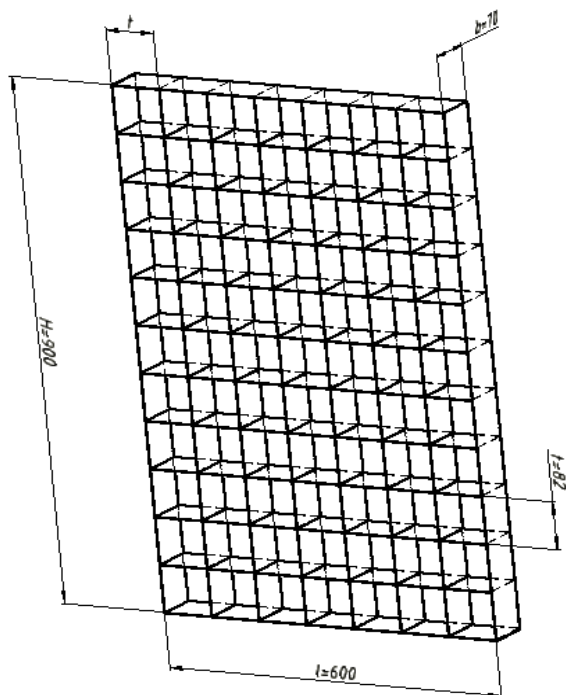


Рис. 6. Геометрия решетчатого стабилизатора

$$S_{\text{ст}} = nlb + mHb. \quad (16)$$

Здесь l - размах крыла, b - хорда крыла, H - высота, n и m - число планов в вертикальном и горизонтальном направлениях соответственно. Эти параметры связаны

между собой геометрическими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{H}{t} + 1; \\ m &= \frac{l}{t} + 1; \\ t' &= \frac{t}{b}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где t – шаг крыла, t' - относительный шаг крыла.

Для различных значений относительных шагов составлены графические зависимости производной коэффициента подъемной силы крыла по углу атаки от соотношения $\frac{H}{l}$, как показано на рис. 7 [7].

Зададимся значениями

$$\left. \begin{aligned} \frac{H}{l} &= 1,5; \\ t' &= 1,2. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Тогда $C_{y,\alpha} = 2,714$ (см. рис. 7). Коэффициент подъемной силы: $C_{y,ст} = C_{y,\alpha} \alpha = 0,142$.

Если число стабилизаторов $n_{ст}$ принять равным 4, то несущая площадь стабилизатора:

$$S_{ст} = \frac{S_{ст} C_{y,ст}}{n_{ст} C_{y,ст}} = 1,004 \text{ м}^2.$$

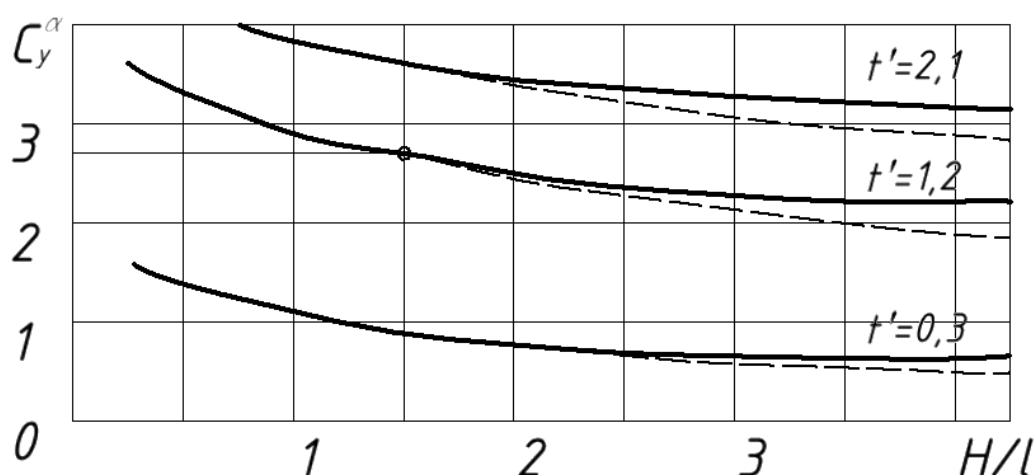


Рис. 7. Зависимость производной коэффициента подъемной силы решетчатого крыла по углу атаки от отношения высоты крыла к его размаху

Задавая число планов $n = 12$, имеем решение системы уравнений (16) – (18):

$H = 0,9 \text{ м}; l = 0,6 \text{ м}; b = 0,07 \text{ м}; t = 0,082 \text{ м}; m = 8; n = 12$. Полученные параметры позволяют рассчитать массу решетчатых стабилизаторов. Примем материалом для стабилизаторов сплав ВН35 с плотностью $\rho_{ст} = 6700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Средняя толщина плана $\delta_{пл}$ составляет 1,5 мм. Тогда масса одного стабилизатора:

$$M_{\text{ст}} = (nlb + mHb)\delta_{\text{пл}}\rho_{\text{ст}} = 10,13 \text{ кг.}$$

Суммарная масса четырех стабилизаторов равна 40,52 кг.

При постановке стабилизаторов центр давления сместится, как показано на рис. 5 пунктиром. Его положение при движении ракеты со сверхзвуковой скоростью: $X_{d.\text{ст}} = x_m(100) = 22,76 \text{ м.}$ При этом разбежка его с ЦМ составляет менее одного процента: $\frac{|X_{d.\text{ст}} - x_m(17)| - |X_{d.\text{ст}} - x_m(t_k)|}{L_p} = 0,000747$, что говорит о нахождении ракеты в области устойчивости.

Итак, в данном примере был получен выигрыш в массе в 165 кг при расположении тяжелого бака окислителя за баком горючего. То есть, доказана выгода такой компоновки. Она позволяет проектировать и создавать более легкие ракеты. Общепринятое для схемы «тандем» расположение топливных баков «окислитель – горючее» не является единственно правильным. Расположение «горючее – окислитель» более выгодно для уменьшения стартовой массы ракеты. В рассматриваемом примере изделие было конструктивно статически неустойчиво и при расположении бака окислителя перед баком горючего, то есть постановка стабилизаторов являлась необходимым условием устойчивости ракеты. Но даже в случае устойчивости носителя при компоновке «окислитель – горючее» без стабилизаторов и необходимости их постановки при изменении взаимного положения баков выигрыш в массе сохраняется:

$$M_{\text{то}}^{0-\Gamma} - M_{\text{то}}^{\Gamma-0} - 4M_{\text{ст}} \approx 125 \text{ кг.}$$

Следовательно, *оптимальным расположением топливных баков первой ступени двухступенчатой ракеты-носителя, спроектированной по схеме «тандем», с точки зрения минимума стартовой массы с сохранением устойчивости является вариант смещения бака окислителя за бак горючего.* Проектирование и изготовление боевых баллистических ракет и ракет-носителей с измененной последовательностью расположения топливных баков позволит уменьшить массу изделий, следовательно, снизить стоимость пусков и увеличить их эффективность.

Список литературы

- [1]. Баслык К.П., Генералов Н.Н., Кулешов Б.Г. Применение метода множителей для решения задачи баллистического проектирования ракеты-носителя // Инженерный

журнал: наука и инновации. Электрон. журн. 2013. № 7(19). Режим доступа: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/849.html> (дата обращения 22.09.2014).

- [2]. Баслык К.П., Генералов Н.Н., Кулешов Б.Г. Способ определения временного параметра программы // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 10. DOI: 10.7463/1014.0728843.
- [3]. Мишин В.П., Безвербый В.К., Панкратов Б.М. Основы проектирования летательных аппаратов (транспортные системы) / под ред. В.П. Мишина. М.: Машиностроение, 1985. 360 с.
- [4]. Добровольский М.В. Жидкостные ракетные двигатели. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 488 с.
- [5]. Балабух Л.И., Алфутов Н.А., Усюкин В.И. Строительная механика ракет: Учебник для машиностроительных спец. вузов. М.: Высшая школа, 1984. 391 с.
- [6]. Феодосьев В.И. Основы техники ракетного полета. М.: Наука, 1979. 496 с.
- [7]. Белоцерковский С.М., Одновол Л.А., Сафин Ю.З. / под ред. С.М. Белоцерковского. Решетчатые крылья. М: Машиностроение, 1985. 320 с.