

02, июнь 2019

УДК 531.383

Поиск оптимальной формы ротора гироскопа в зависимости от геометрических и массо-инерционных характеристик

*Сырчина А.С., студент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации»
sheeser@mail.ru*

*Научный руководитель: Минеев А.Б., ст. преподаватель
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Инженерная графика»
mineev30@yandex.ru*

Аннотация: В статье рассматриваются различные формы и материалы ротора гироскопа для достижения максимальной устойчивости собственной оси вращения в инерциальной системе отсчёта с учётом прочностных характеристик.

Ключевые слова: гироскоп (gyroscope), 3D-моделирование (3D-modeling), момент инерции (moment of inertia).

Введение

Гироскоп – это устройство, чувствительное к изменению углов ориентации тела, на котором оно установлено, относительно инерциальной системы отсчёта [1]. Впервые термин “гироскоп” в 1852 году ввёл французский учёный Жан Бернар Леон Фуко (1819 – 1868 гг.) для описания своего прибора, с помощью которого учёный доказывал суточное вращение Земли. По принципу действия гироскопы можно разделить на механические и оптические. К механическим относятся роторные и вибрационные гироскопы, к оптическим – лазерные и волоконно-оптические. В современном мире гироскопы используются повсеместно для ориентации, стабилизации и навигации.

Рассмотрим роторный гироскоп в кардановом подвесе. Он представляет из себя быстровращающееся твёрдое тело, закреплённое в шарнирной опоре, которая позволяет ротору вращаться одновременно в нескольких плоскостях. Выделяют два основных вида: двух- и трёхстепенные роторные гироскопы.

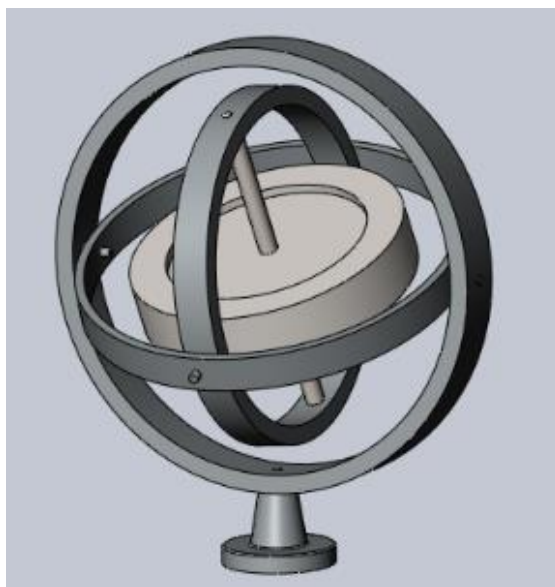


Рис. 1. 3D-модель трёхстепенного гироскопа в кардановом подвесе, выполненная в графическом пакете SolidWorks [2]

Основные свойства трёхстепенного гироскопа в кардановом подвесе (рис. 1):

1) Главная ось гироскопа сохраняет своё направление в инерциальном пространстве, если отсутствуют внешние силы или при их взаимной компенсации. Теорема об изменении кинетического момента:

Производная по времени от кинетического момента системы относительно неподвижного центра (оси) равна главному моменту внешних сил системы относительно этого центра (оси).

$$\vec{M} = \frac{d\vec{H}}{dt}, \quad (1)$$

где

M – момент внешних сил, приложенных к ротору, $[H \cdot m]$;

H – кинетический момент импульса гироскопа, $[\frac{m^2 \cdot кг}{c}]$.

Из формулы (1) видно, что при $M = 0$, $dH = 0$, следовательно, $H = \text{const}$.

2) Прецессия – это медленное вращение гироскопа, происходящее под действием момента внешних сил. Рамка гироскопа начинает поворачиваться не по направлению вектора действия силы, а перпендикулярно ему, стремясь совместить вектор кинетического момента импульса с результирующим моментом внешних сил по кратчайшему пути. Из формулы (1) следует, что если $M \neq 0$, то $dH \neq 0$, $H \neq \text{const}$.

$$\vec{M} = \vec{\omega}_{\text{пр}} \times \vec{H},$$

где $\omega_{\text{пр}}$ – угловая скорость прецессии, $[\frac{об}{c}]$.

3) Под действием мгновенного внешнего воздействия (удара) главная ось гироскопа не меняет направления, а лишь совершает колебания около положения равновесия. Такое явление называется нутацией.

Устойчивость гироскопа зависит от его способности сопротивляться внешним воздействиям, следовательно, от собственного кинетического момента импульса, который определяется по формуле:

$$\vec{H} = I_z \vec{\omega}, \quad (2)$$

где

I_z – момент инерции ротора относительно собственной оси вращения, [кг · м²];

ω – угловая скорость собственных вращений, $\left[\frac{\text{об}}{\text{с}}\right]$.

Из формулы (2) следует, что при увеличении момента инерции ротора и его собственной угловой скорости вращения, будет возрастать кинетический момент импульса гироскопа. При анализе влияния формы ротора на его устойчивость рассмотрим астатический гироскоп – центр тяжести которого совпадает с неподвижной точкой O, которая является точкой пересечения осей карданова подвеса. Для сравнения моментов импульса относительно оси вращения z при изменении геометрической формы ротора выберем в качестве постоянных величин $\omega = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$ и $m = 2$ кг.

Если геометрическая форма ротора не тело вращения, то моменты инерции относительно осей x и y не равны ($I_x \neq I_y$), следовательно, будут возникать механические колебания, которые приведут к созданию дополнительных моментов сил, что потребует коррекции гироскопического устройства. Отсюда можно сделать вывод, что предпочтительной формой ротора гироскопа является тело вращения.

Момент инерции ротора гироскопа может быть найден по формулам:

$$I = \int_m r^2 dm, \quad (3)$$

$$I = \int_V \rho r^2 dV, \quad (4)$$

где

r – расстояние до оси вращения, [м];

m – масса, [кг];

ρ – плотность материала, $\left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right]$;

V – объём, [м³].

Из (3) и (4) следует, что для большего момента инерции необходимо, чтобы основная масса ротора была сконцентрирована на его периферии, как можно дальше от его оси.

Оптимальные геометрические формы, удовлетворяющие данным условиям – это диск с прямоугольным сечением (рис. 2, а), состоящий из одного цилиндра, и диск с Н-образным сечением (рис. 2, б), состоящий из внешнего и внутренних полых цилиндров.

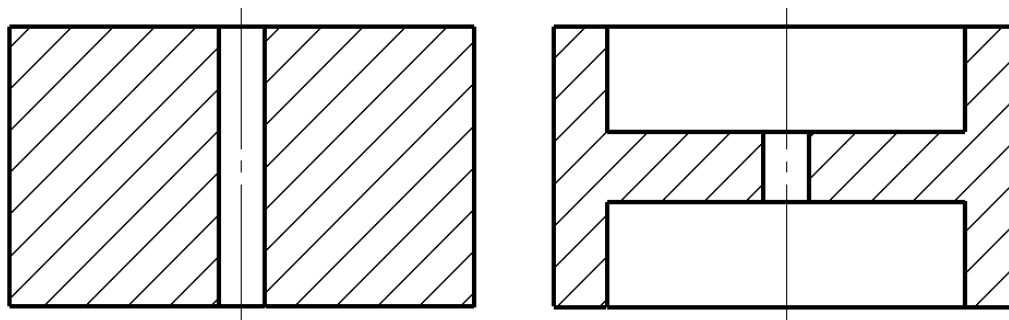


Рис. 2. Оптимальные геометрические формы ротора гироскопа
а) диск с прямоугольным сечением; б) диск с Н-образным сечением

Так как у формы с Н-образным сечением при увеличении высоты внешнего цилиндра, увеличивается высота внутренних полых цилиндров, то масса, сосредоточенная по краям, возрастает. Из этого следует, что такая форма является оптимальной при выборе ротора.

При изготовлении ротора гироскопа необходимо подобрать материал, удовлетворяющий определённым требованиям. Критерии, по которым будем выбирать материал:

- максимальный момент инерции при фиксированных габаритах;
- максимальная прочность.

Сравним три вида металлов: латунь, легированную сталь и титан.

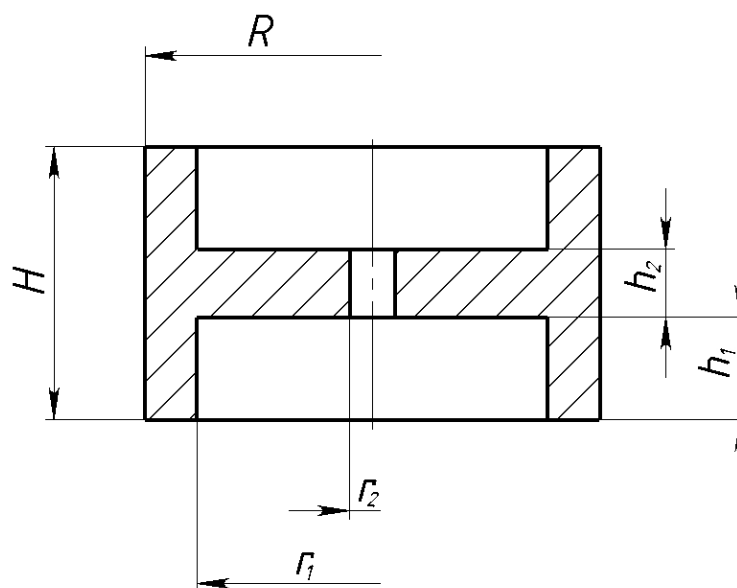


Рис. 3. Форма ротора с Н-образным сечением

Определим объёмы, составляющие форму ротора с Н-образным сечением (рис. 3):

$$V_p = V_{\text{цил}} - 2V_1 - V_{\text{отв}}, \quad (4)$$

где

V_p – объём ротора, [м³];

$V_{\text{цил}} = \pi R^2 H$ – объём диска без полых цилиндров, [м³];

$V_1 = \pi r_1^2 h_1$ – объём полых цилиндров, [м³];

$V_{\text{отв}} = \pi r_2^2 h_2$ – объём отверстия под вал, [м³].

Тогда из (4) имеем:

$$V_p = \frac{m}{\rho} = V_{\text{цил}} - 2(\pi r_1^2 h_1) - \pi r_2^2 h_2.$$

Найдём r_1 – радиус полого цилиндра:

$$r_1 = \sqrt{\frac{V_{\text{цил}} - \frac{m}{\rho} - V_{\text{отв}}}{2\pi h_1}}. \quad (5)$$

Для данной модели ротора зафиксируем следующие параметры $R=50$ мм, $H=60$ мм; $r_2 = 5$ мм; $h_2 = 15$ мм; $2h_1 = H - h_2 = 45$ мм; $m = 2$ кг. По формуле (5) для выбранных материалов получим значения радиуса внутренних полых цилиндров (табл. 1):

Таблица 1

Массогабаритные характеристики материалов

Материал	Плотность $\rho, \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right]$	Внутренний радиус $r_1, [\text{мм}]$
Латунь	8500	40,75
Легированная сталь	7700	38,57
Титан	4600	15,80

При выборе материала ротора важно учитывать как статические, так и динамические нагрузки. Статические нагрузки будут возникать из-за действия силы притяжения (сила тяжести), динамические – под действием центробежных сил при вращательном движении. Эти нагрузки способны вызвать разрушение конструкции. Поэтому сравним материалы по некоторым физическим характеристикам, таким как модуль Юнга и предел текучести.

Модуль Юнга характеризует способность материала сопротивляться растяжению/сжатию при упругих деформациях.

Предел текучести – эта величина, определяющая максимальное напряжение, при котором материал деформируется без увеличения нагрузки.

При бóльших значениях модуля Юнга и предела текучести материал способен выдерживать бóльшие нагрузки, что позволяет увеличивать массу и скорость вращения ротора без деформаций.

Физические свойства материалов и моменты инерции роторов гироскопа, рассчитанные в модуле Simulation графического пакета SolidWorks, представлены в таблице 2 [3].

Таблица 2

Сравнительные характеристики материалов

Материал	Момент инерции I_z , [Г · м ²]	Модуль Юнга E, [ГПа]	Предел текучести [МПа]
Латунь	3,35	95	240
Легированная сталь	3,33	210	290
Титан	2,69	115	235

Исходя из данных, представленных в таблице 2, получим, что момент инерции стали и латуни приблизительно равны, но сталь обладает лучшими прочностными характеристиками.

Заключение

Оптимальной формой ротора гироскопа в кардановом подвесе является диск с Н-образным сечением из легированной стали. Он будет обладать максимальной устойчивостью собственной оси вращения в инерциальной системе отсчёта и обеспечивать высокую прочность при заданных условиях, а также при дальнейших увеличениях нагрузок.

Список литературы

- [1]. Матвеев В. А. Гироскоп – это просто, 2012, 195 с.
- [2]. ГОСТ-2.052-2015 Единая система конструкторской документации. Электронная модель изделия. Общие положения. 2015.
- [3]. SolidWorks Tutorials. Режим доступа: <https://www.solidworks.com/sw/resources/solidworks-tutorials.htm> (дата обращения 15.05.2019).